S E S   2 0 1 8
Fourteenth International Scientific Conference
SPACE, ECOLOGY, SAFETY
7 – 9 November 2018, Sofia, Bulgaria

ВИРТУАЛЕН ЕКСПЕРИМЕНТ С ПОЧВАТА КАТО ФРАКТАЛЕН ОБЕКТ

Мила Илиева-Обретенова

Минно-геоложки университет „Св. Иван Рилски” – София
e-mail: milailieva@abv.bg

Ключови думи: *Фрактална размерност, екология, почвознание.*

Резюме: *Описан е виртуален експеримент в две версии, чрез който може да се определи фракталната размерност D_n на различни почви като обобщаваща характеристика на почвената структура. D_n може да се използва при моделирането на различни процеси в екологията, почвознанието и прочие.*

A VIRTUAL EXPERIMENT WITH THE SOIL AS FRACTAL OBJECT

Mila Ilieva-Obretenova

Mining and GeologyUniversity”St. Ivan Rilski – Sofia
e-mail: milailieva@abv.bg

Keywords: *Fractal dimension, ecology, soil science.*

Abstract: *We describe a virtual experiment in two versions, by which one can determine the fractal dimension D_s of different soils. As a generalized characteristic of the soil structure, D_s can be used for practical and other purposes in the ecology, the soil science and etc.*

Въведение

Понятието „фрактал” трайно се настани в науката през втората половина на XX в., макар че, както и в други случаи и то има дълга предистория. Думата „fractus” е от латински произход и означава „нагънат, разцепен, разкъсан”. Заслугата за оформянето на съвременното разбиране, развитието на теорията и популяризирането на възникналата фрактална геометрия е на френския математик Б. Манделброт, който е автор на голям брой публикации – статии и книги, включително и преведени на български.

Фракталната геометрия е антипод на Евклидовата геометрия на гладките фигури. В последната линиите са прави, окръжности, елипси или други, но винаги гладки и им се приписва размерност 1; площите са равнини, сфери, цилиндри, елипсоиди или други, но винаги гладки и им се приписва размерност 2; обемите са плътни, без дупки, шупли и имат размерност 3, т.е в Евклидовата геометрия фигурите имат целочислени размери.

Обаче реалният заобикалящ ни свят е изпълнен с фигури и форми, които не са гладки: Земята е сфера, но повърхността й не е гладка; очертанията на морските брегове – например нашият от северната граница до южната е силно начупена линия. Още по-начупен е норвежкият бряг поради фиордите; островните държави и др. Контурите на облаците също са със силно неправилна форма, която при това еволюира с времето. Почвата не е плътна, без шупли като водата, маслото или друга течност, а има пори с различни размери.

Възниква въпросът как да се характеризира фракталността с единично число така, че да отличим по-малко начупената линия на черноморския бряг (фиг.1) от много по-силно начупената линия на скандинавския бряг; по-малко грапавите територии на планетата от по-грапавите планински територии; по-порестите материали от по-малко порестите, например почвите.

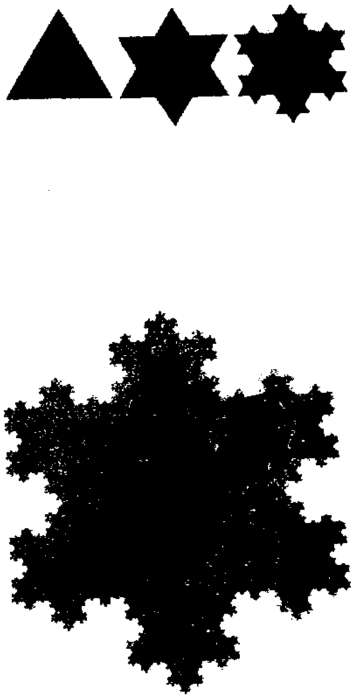
Фиг. 1. Българският черноморски бряг от северната до южната граница

За тази цел служи величината D-размерност, която във фракталната геометрия е нецяло число. За начупена линия $1 \leq D \leq 2$; за нагънатa повърхност $D > 2$; за шуплест обем $D < 3$. Много примери за естествени фрактални обекти се съдържат в известната книга от Б. Манделброт [1].

Фракталната логика е използвана за определяне на разпределението на порите в образци различно уплътнена почва [3].

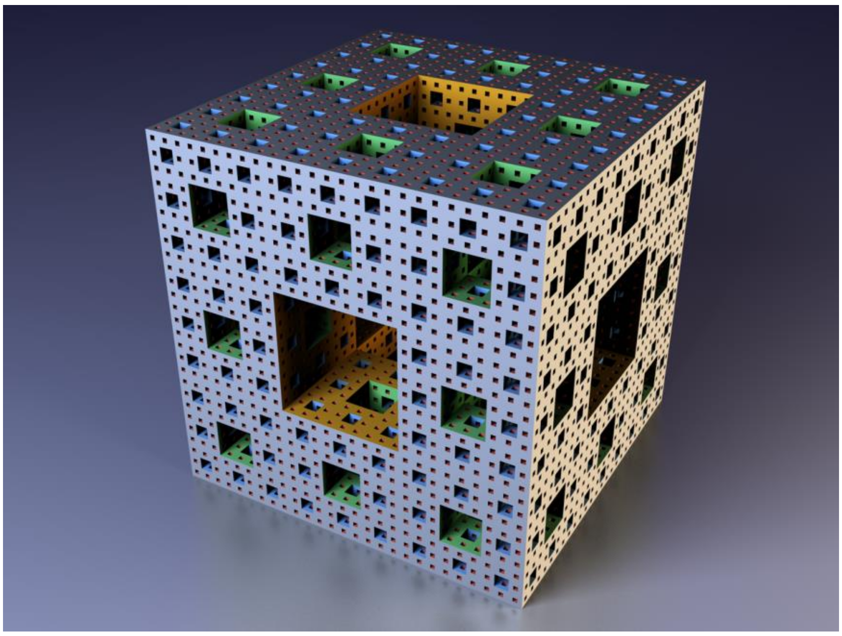
В едно по-ново изследване, чрез фракталната размерност са проучени саждите, образувани при горивни процеси. Саждите, като агрегати и верижки имат фрактална размерност, съответно 1,84 и 1,56 [2].

Не по-малко са примерите за изкуствено, математически генерирани фрактали. Два много популярни примера са дадени на фиг. 2 и 3. В първия пример се вижда как се стига до крайната картинка след безкрайно много пъти прилагане на един и същи алгоритъм за построяване: в началото е равностранен триъгълник. Върху средната третина на всяка от страните му се построяват равностранни триъгълници и т.н.В резултат се получава силно начупена затворена крива, контур с периметър $P_\infty = \infty$. Контурът, обаче загражда площ с крайно лице. Размерността на тази крива се изчислява точно и се оказва $D = 1.26$, т.е. по-голяма от $D = 1$, което беше размерността на гладка Евклидова линия. Известна е под името на автора си – „крива на Кох” или „снежинката”.



Фиг. 2. Изкуствено създаден фрактал „снежинка”, *D = 1,26*

Вторият пример (фиг. 3) изобразява обемен фрактален обект, известен като „гъба на Менгер”. Построен е по същия изкуствен начин като „снежинката”, но е по-сложен. Точно изчислената му размерност е $D = 2{,}7268$, т.е. тя е по-малка от 3, което е размерността на обект без пори, шупли.



Фиг. 3. Изкуствено създаден фрактал „гъба на Менгер”, *D = 2,768*

Този пример показва, че един образец, проба от почва, може да се разглежда като фрактален обект (фрактал) и да се характеризира с фрактална размерност D_n,. По този начин, всяка почва ще има своя фрактална размерност D_n , както и една и съща почва при различни условия (суха, влажна, рохкава, замърсена) ще има различно D_n.

По-надолу разглеждаме виртуален експеримент и методика за определяне на D_n.

Теория на метода

Методът може да се нарече „тегловен”и представлява адаптиране на класическия метод от средата на XX век за определяне на дължината на морския бряг.

Ако ε е базова линейна мярка, която налагаме последователно по очертанията на брега, а L_Σ е сумарната дължина на брега, която получаваме, то ще се окаже, че $L_\Sigma = L_{\Sigma(\varepsilon)}$. Ако се извърши това измерване с един набор от базисни дължини, такива, че

(1) $$\varepsilon_1 > \varepsilon_2 > \varepsilon_3 > ... > \varepsilon_n \to 0, \qquad N \to \infty$$

На практика колкото по-голямо число е N (поне 10, 20, … и т.н.), то резултатът ще е

(2) $$L_{\Sigma_1} < L_{\Sigma_2} < L_{\Sigma_3} < ... < L_{\Sigma_N} \to \infty, \qquad N \to \infty$$

Такъв род процедури водят до зависимост

(3) $$L_\Sigma(\varepsilon) \sim \varepsilon^{-m}, m > 0 .$$

Тогава величината $D = 1 + m$ ще се нарича размерност на бреговата линия, като очевидно $D > 1$. Освен това, показателят „m” в (3) се оказва нецяло число, така че и $D = 1 + m$ е нецяло. Затова D е фрактална размерност и характеризира „начупеността”на брега. Ако последният беше гладка, най-просто права линия, то с каквото и ε_i $(i = 1, 2…)$ да го мерим, ще получаваме едно и също $L_\Sigma = const < \infty$.

В литературата има данни за стойностите на D за различни географски обекти. Исторически за пръв път брегът на Англия е измерен като фрактал и $D = 1{,}22$, т.е. $m = 0{,}22$.

Описание на виртуален експеримент – първи вариант

В нашия случай ще разгледаме не линия, както при морския бряг, а почвен обем (маса).

Предлаганият виртуален опит се състои в следното.

Налице са N на брой цилиндрични пръстени с радиуси R_i и височина също R_i, така че обемът на всеки един е $V_i = \pi R_i^2 . R_i = R_i^3$, предназначен за вземане на почвени проби в ненарушен състав.

Нека

(4) $$R_1 < R_2 < R_3 < ... < R_i < ... < R_N ,$$

където N е равно поне на 10. По-добре е, ако е по-голямо. С тях се вземат почвени проби, почвени монолити. Чистото тегло на всяка проба, без теглото на цилиндъра, означаваме с M_i $(i = 1, 2, …, N)$.

Очевидно

(5) $M_1 < M_2 < M_3 < ... < M_i < ... < M_N$

Ако в цилиндрите се наливаше течност, вода и др., обемът щеше да се запълни без празнини, дупки и тогава

(6) $M_i \sim V_i \sim R_i^3, \; i = 1, 2, ..., N$

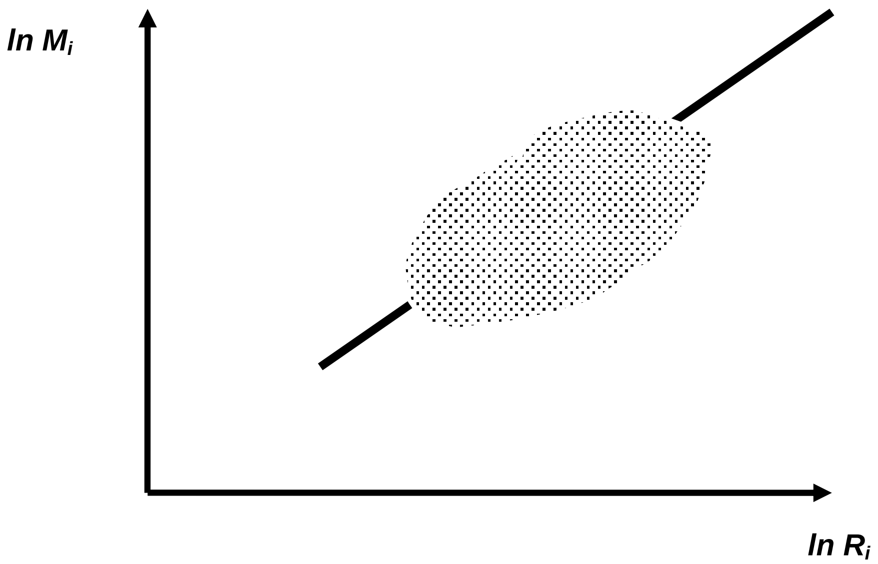
Понеже между почвените частици има въздух или вода в порите, то логично е да се очаква, че

(7) $M_i \sim R_i^{D_n}, \quad D_n < 3$

След логаритмуване на (7) се получава

(8) $\ln M_i \sim D_n \ln R_i$,

т.е. D_n е ъглов коефициент на права в координатна система $(\ln M_i , \quad \ln R_i)$ (фиг.4).



Фиг. 4. Права в координатна система $(\ln M_i , \quad \ln R_i)$ с ъглов коефициент. D_n

Колкото повече експериментални точки има (по-голям е N броят на пробите), толкова по-точно може да се локализира праволинеен участък в зависимостта (8).

Така се получава едно число за D_n – сумарна характеристика на фракталната структура на пробата.

Експериментът може да се осъществи с нарушени или ненарушени почвени образци, сухи или влажни, от един и същи вид, замърсени с различни отпадъци или тежки метали и прочие.

Изискването на метода е прецизно вземане на почвени монолити в цилиндричните пръстени и точното им претегляне в полеви или лабораторни условия.

Втори вариант – експеримент с плътност вместо с маса

Ако в обем V масата е M, то $\rho = M/V$ е плътност.

Очевидно, ако имаме предвид (7)

(9) $$\rho \sim M_i / V_i \sim R_i^{D_n} / \pi R_i^3 \sim R_i^{D_n - 3}, \quad D_n < 3$$

Или в друго означение

(10) $$\rho(R_i) \sim R_i^{-m}, \quad m > 0$$

Следователно, $m = 3 - D_n$ или $D_n = 3 - m$, като се очаква $0 \leqq m \leqq 1$. При плътен материал без дупки, вода, масло и др., ще се получи $m = 0$ и $D_n = 3$. Колкото по-шуплест е материалът, толкова по-голямо ще е „m”, респективно, по-малко ще е D_n.

По-нататък, тези количествени разглеждания могат да намерят място при моделиране на различни процеси в екологията, почвознанието и др.

Заключение

В заключение може да се каже че е направено едно общо разглеждане на фракталните свойства на масата и плътността на почвата. Такива педогенни интерпретации са приложени вече в частни случаи спрямо фракталния характер на разпределението на порите с различни размери; контура на агрегатите, които се получават при различни системи на обработка на почвата.

Фракталната логика дава възможност по нов начин да де оценяват такива фактори като солевата концентрация, pH, нивото на подпочвените води, скоростта на филтрация на водите в почвата, замърсяването и прочие.

Литература:

1. Манделброт, Б. 1996. Фрактални обекти, форма,случайност и размерност, СУ „Св. Климент Охридски”, 275 с.
2. Dhoqina, P et al. 2018. Fractal Dimension of Soot Aggregates, 10th Jubilee Int. Conference of BPU, 26–30.08.2018, Sofia, Bulgaria.
3. Lipec, J. et al. 2002. The fractal dimension of pore distribution pattern in variously compacted soil, Soil Tillage Research, 47, 61–66.