S E N S 2 0 0 9
Fifth Scientific Conference with International Participation
SPACE, ECOLOGY, NANOTECHNOLOGY, SAFETY
2–4 November 2009, Sofia, Bulgaria

ПРИЛОЖЕНИЕ НА ТЕОРИЯТА НА ФРАКТАЛИТЕ В ИЗСЛЕДВАНЕТО НА ЗЕМНИ И ПЛАНЕТАРНИ РЕЛЕФИ

Стилиян Луков[1], Румен Шкевов[1], Димитринка Томова[2] , Николай Ерохин[3]

[1]Институт за космически изледвания – Българска академия на науките, София, България
[2]Софийски университет – София, България
[3]Институт за космически изследвания – Руска академия на науките, Москва, Русия
e-mail: slukov@space.bas.bg

Абстракт: *Предложен е модел на земни и планетарни куполовидни планински релефи.Базата на модела представлява нов тип геометричен фрактал, наречен “Главен тетраедър и присъединени вторични тетраедри”. Описан е алгоритъма за построяване на фрактала, който е реализиран с използуване на компютърната програма “AUTOCAD”. В заключението се отбелязва, че предлагания модел описва удовлетворително фракталните свойства на реалните куполовидни планински релефи на Земята и планетите. Получените резултати могат да намерят приложение в анализа на изображенията, получени при дистанционно сондиране на Земята и планетите.*

Ключови думи: *Фрактали, земни и планетарни релефи, компютърно моделиране*

FRACTAL THEORY APPLICATIONS IN EARTH AND PLANETARY LANDSCAPE INVESTIGATION

Stiliyan Lukov[1], Rumen Shkevov[1], Dimitrinka Tomova[2], Nikolay Erokhin[3]

[1]Space Research Institute – Bulgarian Academy of Sciences, Sofia, Bulgaria,
[2]Sofia University – Sofia, Bulgaria,
[2]Space Research Institute – Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia,
e-mail: slukov@space.bas.bg

Abstract: *A Model of the Domical-like Mountain Landscape is proposed in the work. The l basis on the Model is a New Geometrical Fractal called “A Main Tetrahedron with assosiate secondary tetrahedrons”. The construct rule of this Fractal is described and accomplished by the computer programme AUTOCAD. In the conclusion, it is noted that the proposed model describes sufficiently well the fractal properties of the real Domical-like Earth and Planetary Mountains. The obtained results may be applied in the Remote Sensing Image Processing.*

Key words: *Fractals, Earth and Planetary landscapes, computer modelling.*

Въведение

Създаването на теорията на фракталите [1] разкри нови възможности за математическо моделиране на природните обекти, притежаващи сложна структура и самоподобни свойства. Такива обекти са, например, морската брегова линия, руслото на реките, релефа на земната повърхност и повърхността на планетите от слънчевата система, които понастоящем се изследват най-вече дистанционно [2]. При това възниква необходимостта от математично, включително и компютърно моделиране на земните и планетарни релефи с цел по-нататъшен анализ и обработка на получените изображения.

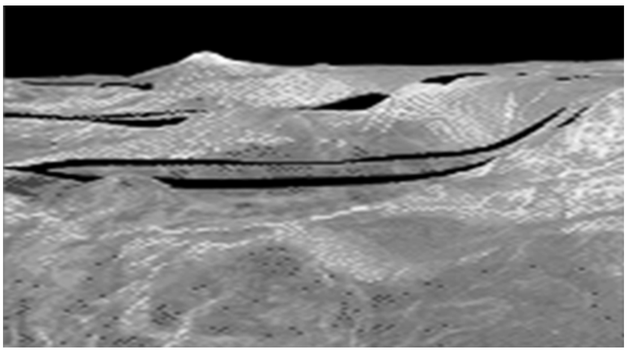
Настоящата работа касае приложението на фракталите в моделирането на релефа на повърхността на Земята и планетите. Следва да отбележим, че в тази област се провеждат доста интензивни изследвания, резултатите от които са отразени в редица работи (например, [3 – 5]). По-специално, в работи [4, 5] се предлагат съответни алгоритми за построяване на модела на релефа, основаващи се на класическите (геометричните) фрактали, които впоследствие се модифицират, включително и с въвеждане на случайни изменения, с цел постигане на максимално приближение на модела до реалния обект. Тук ние предлагаме подобен алгоритъм, за който се предполага, че е подходящ за релефи със специфична куполовидна структура. При това, първоначално построения моделен релеф впоследствие се видоизменя (ирегуляризира) по съответен начин, с цел постигане, както беше посочено по-горе, на по-добро съответствие на модела с реалния релеф. Построената на базата на предлагания алгоритъм релефна структура се сравнява с експериментални (наблюдателни) данни за съответни реални релефи в конкретни области.

1. Куполовидни планински релефи – самоподобна фрактална структура

Наблюденията на планинските куполовидни терени показват, че в болшинството случаи дадена група възвишения са съставени от едно основно най-високо възвишение (основен купол) и няколко близко разположени по-малки възвишения (странични или присъединени куполи) (Фиг.1 - 3).

Фиг. 1. Снимка на куполовиден планински релеф - “Тевно езеро” (Пирин, България)

Фиг. 2. Снимка на куполовиден планински релеф - “Скалисти планини” (Канада)



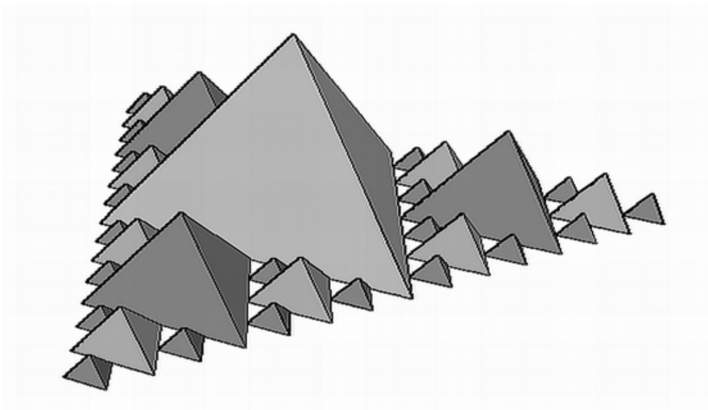
Фиг. 3. Радиолокационна снимка на част от повърхността на Венера

2. Фрактален модел на куполовиден планински релеф

Самите планински куполи имат повече или по-малко неправилна форма, но в основни линии тя наподобава пирамидална структура, което дава основание в нашия стилизиран модел да представим реалната форма на планинските възвишения чрез геометрични пирамиди със съответнен тип и размери. Тази структура притежава определени самоподобни фрактални свойства. Това дава основание в основата на алгоритъма да се положи построяването на геометрично правилен фрактал тип “Главен тетраедър с присъединени вторични тетраедри”. По-нататък за приближаване на идеалния геометричен фрактал към реалния планински релеф се въвеждат съответни изменения – изместване на присъединените елементи, изменение на големината на ръба и височината на тетраедрите, завъртване на същите и изкривяване на равнината, върху която са разположени тетраедрите.

2.1. Изходен фрактал

В най-простия случай за основа се взема правилен тетраедър с единична дължина на реброто $a_0=1$. Същият се разполага върху равнина и към средните точки на основата му се присъединяват с върха на триъгълната им основа три по-малки тетраедри с дължина на реброто $a_1=1/2$, както е показано на фиг.1. По-нататък процеса се повтаря, като към вторичните тетраедри се присъединяват нови пирамиди с ребро $a_2=1/4$ и т.н.



Фиг. 4. Построяване на геометричния фрактал
“Тетраедър с присъединени вторични тетраедри”

За точно такъв фрактал няма данни в литературата, но някои от неговите основни характеристики могат да бъдат установени елементарно.

Така, можем да посочим, че разглежданият фрактал е от типа “отворени фрактали”, тъй като с увеличение на броя на итерациите неговия периметър неограничено нараства, въпреки че това става със все по-бавно темпо. Освен това, с увеличение на броя на итерациите плътността на покриване на равнината от триъгълните основи на тетраедрите също неограничено расте.

Коефициентът на “размножение”, т.е. увеличение на сумарния обем на тетраедрите и фракталната размерност имат съответно следните стойности

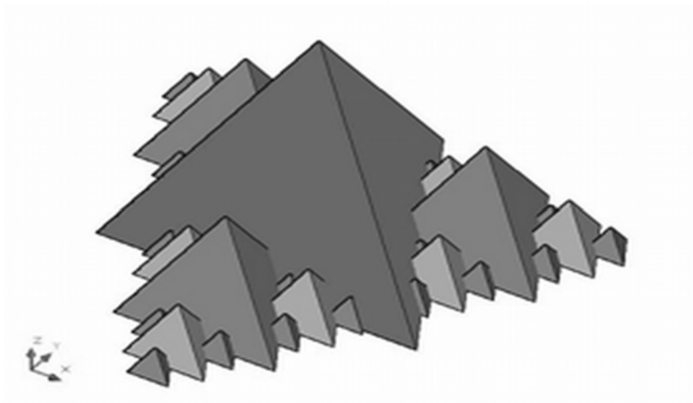
(1) $$k = \frac{11}{8} \approx 1{,}375\,; \quad d_F = \frac{\lg 11}{\lg 2} \approx 3{,}4577.$$

2.2. Изменения на изходния фрактал

а) Изместване на присъединените елементи

Както показват наблюденията, присъединените елементи на планинските куполовидни терени в общия случай са не просто долепени към основния купен, но могат да бъдат отдалечени или да проникват навътре в него. По тази причина като втори етап на предлагания алгоритъм се въвежда елемент “изместване на присъединените елементи”. Същият се реализира, като всяка един от по-малките тетраедри се измества навън или навътре по направление на секущата на основата на централния тетраедър. Когато страничните тетраедри навлизат в централния тетраедър, се получава пресичане на съответните геометрични фигури (Фиг. 2).

Удобно е да се въведе “относително” изместване $\Delta l = \pm \frac{l}{h}$, където *l, h* са съответно дължината на абсолютното изместване и дължината на секущата на триъгълната основа на централния тетраедър. Знакът (+) съответствува на приближаване (навлизане), о знака (-) – на отдалечаване на страничните тела от централното тяло.



Фиг. 5. Изместване на присъединените тетраедри навътре в главния тетраедър

б) Въвеждане на случайни изменения

Тъй като реалните форми на релефа само в общи линии наподобават строгите геометрични форми, то за приближаване на модела към реалния обект, в предлагания алгоритъм се влючват случайни изменения в малки граници на построения фрактал от строго геометричната структура. Това може да стане по множество начини, например

- изменение на големината на присъединените елементи (изменение на страната на страничните тетраедри)

(2) $a_i^{\,j} = a_{0i}^{\,j}\left(1 \pm \delta_i^{\,j}\right),$

където a_{0i}^j – начална дължина на реброто на присъединения тетраедър от дадена итерация, δ_i^j « 1 – случайни числа (в общия случай различни за различните итерации), *i, j* – съответно, номер на елемента и номер на итерацията;

- изменение в малки граници на височината на отделните тетраедри (отклонение от геометрията на тетраедъра)

(3) $h_i^{\,j} = h_{0i}^{\,j}\left(1 \pm \delta_i^{\,j}\right)$

- изменение на отместването на страничните елементи

(4) $d_i^{\,j} = d_{0i}^{\,j}\left(1 \pm \delta_i^{\,j}\right).$

- изместване на точката на присъединяване от средата на страната на основния тетраедър

(5) $p_i^{\,j} = \left(\frac{1}{2}\right) a_i^{\,j}\left(1 \pm \delta_i^{\,j}\right).$

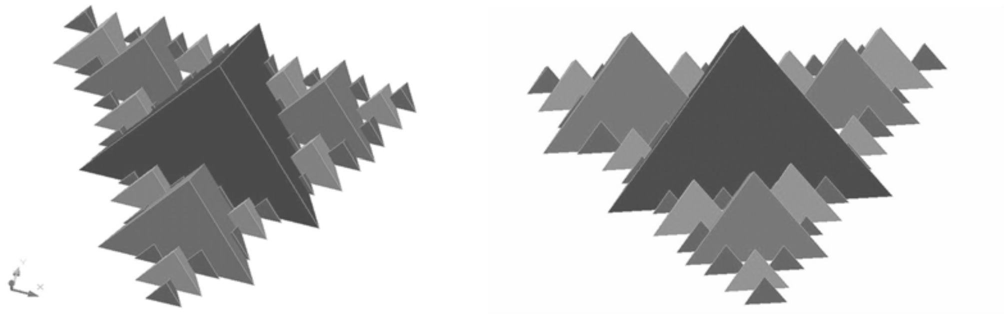
Аналогично могат да се въведат и други изменения – например, завъртване на присъединените елементи относно направлението на секущата на основата на централния тетраедър, изкривяване на равнината върху която се разполагат тетраедрите и пр.

в) Изглаждане на формите

Накрая, при построяване на фракталния модел на релефа може да се въведе процедура “изглаждане” на върховете и ръбовете на тетраедрите. Това е необходимо само в случая, когато в реалния релеф се наблюдава заобленост на формите, получена в резултат на ерозия или други природни фактори.

3. Примерна реализация на модела

Описаният по-горе алгоритъм за построяване на фракталния модел на релефа на земна и планетарна повърхност беше реализиран чрез използуване на стандартната програма “AUTOCAD”. Последната позволява автоматична промяна на стереометричната проекция на чертежа, което имитира изменение на ъгъла (ъглите) под които се прави наблюдението (и заснемането) на релефа от самолет, космическа сонда и пр. (фиг. 6a, b).



a) b)

Фиг. 6. Примерна реализация на фракталния модел на куполовиден планински релеф – поглед a) “отгоре” и b) “отстрани”

Простото визуално сравнение показва, че моделът в общи линии позволява да се представи самоподобния фрактален характер на структурата на реалните релефи. По-съществена е, обаче, възможността на базата на модела да се направи фрактално-статистически анализ на съответните релефи по данни от сондирането (например, на базата на радиолокационни изображения, както е изображението на част от повърхността на Венера, показано но фиг.3). При това, следва да се вземе предвид обстоятелството, че фрактално-статистическите свойства на реалните релефи в общия случай се променят от точка към точка. Това позволява да се говори за “случайни фрактални полета” и да се прави съответен фрактален анализ на същите, подобно на фракталния анализ на времевите редове [6].

Заключение

Основните резултати в настоящата работа могат да бъдат резюмирани накратко така:

а)Предложен е фрактален модел на куполовиден планински релеф, основан на геометрично правилния фрактал тип “Основен тетраедър с присъединени вторични тетраедри” и е описан алгоритъма за построяване на модела;

б)Направено е сравнение на примерната реализация на модела с изображения на реални планински релефи, от което следва, че предлаганият модел отразява правилно главната особеност на тези релефи – самоподобния фрактален характер на тяхната структура;

в)Набелязани са пътища за по-нататъшно развитие и усъвършенствуване на модела чрез въвеждане на фрактален анализ на случайни релефни полета, подобно на фракталния анализ на случайни времеви редове.

Литература:

1. M a n d e l b r o t B. B. The Fractal Geometry of Nature. – N.Y., Freeman. – 468 p.
2. P o t a p o v A. A., V. A. G e r m a n. Fractal Selection of Artificial Objects from Radar Images on Inhomogeneous Baskground //Proc. Of the Fourth Symp. “Physics and Engineering of Millimeter and Sub-Millimeter Waves” – Kharkov (Ukraine); Kharkov State University, 2001, v.1, p. 268-270.
3. B u r r o u g h P. Fractal dimensions of landscapes and other environmental data // Nature, 294, (1981), 240-243.
4. P r u s i n k i e w i c z P., M. H a m m e l. A Fractal Model of Mountains with Rivers, Proc. Of Graphics Interface’93, p. 174-180, May 1993, Held in Toronto, Ontario, 19-21 May, 1993.
5. T r e m b l a y Y., A. R o b e r t s, D. C o s t a. Fractal landscape method: an alternative approach to measuring area – restricted searching behavior // The Journal of Experimental Biology, 210, 935-945, 2007.
6. A c c a r d o A., M. A f f i n i t o, M. C a r r o z z i and F. B o u q u e t. Use of the fractal dimension for the analysis of electroencephalographic time series, Computer Appl. in Life Sciences, Neurobiology and Bioinformatics, Springer, April 05, 2002.