S E N S 2 0 0 8
Fourth Scientific Conference with International Participation
SPACE, ECOLOGY, NANOTECHNOLOGY, SAFETY
4–7 June 2008, Varna, Bulgaria

ИНВАРИАНТНИ ПРЕОБРАЗУВАНИЯ И ЧУВСТВИТЕЛНОСТ НА ЕЛЕКТРИЧЕСКИ ВЕРИГИ

Галина Чернева, Антонио Андонов

ВТУ „Т. Каблешков", София
e-mail: cherneva@vtu.bg, andonov@vtu.bg

Ключови думи: *чувствителност на електрически вериги, инвариантност, схемна функция, честотни и времеви характеристики на електрически вериги.*

Резюме: *В предлаганата статия инвариантността на функциите на чувствителност на честотните и времевите характеристики на електрическите вериги е доказана въз основа на свойствата на еднородните функции, с които се описват характеристиките им.В статията е доказано, че вариациите на схемната функция на веригата, получени вследствие отклонения на параметрите на елементите ѝ, са инвариантни спрямо възможните еквивалентни преобразувания, реализиращи тази функция, като не зависят от конкретната схемна реализация на веригата.*

Изведените зависимости са приложени към пасивна честотно-селективна верига и са определени относителните чувствителности от първи и втори ред на честотните ѝ характеристики. Показано е, че сумарните функции на параметрична чувствителност спрямо различните реактивни елементи слабо се различават и при детерминирани отклонения на параметрите от един вид са инвариантни към реализацията на електрическата верига.

1. Въведение

Методите от теория на чувствителността представляват универсален апарат за решаване на редица задачи, свързани с анализ и диагностика на електрически вериги. Те позволяват да се изследва влиянието на вариациите на параметрите на веригата върху нейната устойчивост и качествени показатели [1,2]. При еквивалентни преобразувания на веригите се установява, че някои суми на функциите на чувствителността представляват постоянни величини и не се променят, т.е. те са инвариантни към реализацията на електрическата верига.

В предлаганата статия се определят инварианти на чувствителността на времевите и честотните характеристики, въз основа на които се формират критерии за устойчивост на електрическите вериги. Изведените зависимости са приложени към реактивна структура, за която е доказано, че сумарните показатели на чувствителност са инвариантни към конкретната реализация на веригата и се определят от свойствата на схемната функция.

2. Инвариантност на функциите на чувствителност на характеристиките на електрическите вериги

Аналитичният израз на много от характеристиките на електрическите вериги може да се представи във вида [4]:

(1) $F(x,\vec{y}) = F\{x, y_1,....y_n\}$,

където *x* е независима променлива - честота, време, комплексната променлива *p*,

$\vec{y} = \{y_1,....y_n\}$ е вектор от параметрите на елементите на веригата.

Ако функцията $F(x,\vec{y})$ е еднородна функция от ν-та степен относно аргументите $y_1,...y_n$, то за нея е изпълнено [5]:

(2) $F(\mu\, y_1,......., \mu\, y_n) = \mu^{\nu} F(y_1,...., y_n)$,

където μ е произволно число.

След диференциране на израз (2) спрямо μ се получава:

(3) $$\frac{\partial F}{\partial \mu\, y_1}\frac{\partial \mu\, y_1}{\partial \mu}+\frac{\partial F}{\partial \mu\, y_2}\frac{\partial \mu\, y_2}{\partial \mu}+.......+\frac{\partial F}{\partial \mu\, y_n}\frac{\partial \mu\, y_n}{\partial \mu}=\nu\mu^{\nu-1}F\left(y_1,......,y_n\right)\ .$$

Ако се разделят двете страни на равенство (3) на $F(y_1,...y_n)$ и се положи μ=1, се получава, че

(4) $$\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial F}{\partial y_i}\frac{y_i}{F}=\nu=const\ .$$

От получената зависимост (4) следва, че ако $F(x,\vec{y})$ е схемна функция на електрическата верига от вида (1), то сумата от функциите на чувствителност по всички параметри на веригата е постоянна величина, т.е. тя е инвариантна. В общия случай това е функционална (алгебрична) зависимост между функциите на чувствителност на веригата спрямо нейните параметри, не съдържаща променливи на състоянието.

Нека $F(x,\vec{y})$ е операторна схемна функция на електрическата верига от вида:

(5) $$F(x,\vec{y})=F(p,\overline{R},\overline{L},\overline{C})\ ,$$

където $\overline{R},\overline{L},\overline{C}$ са параметри на резисторите, индуктивностите и кондензаторите във веригата. Инвариантността на функциите на чувствителност на (5) се основава на свойствата на схемните функции, използвани при нормиране по амплитуда и по честота:

(6) $$F(p,\mu\overline{R}_0,\mu\overline{L}_0,\overline{C}_0/\mu)=\mu^{\nu}F\left(p,\overline{y}_0\right),$$

(7) $$F(p,\overline{R}_0,\mu\overline{L}_0,\mu\overline{C}_0)=F\left(\mu\, p,\overline{y}_0\right)\ ,$$

където $\overline{y}_0=\left\{\overline{R}_0,\overline{L}_0,\overline{C}_0\right\}$ е векторът на номиналните параметри на веригата ,

ν=1, -1, 0, в зависимост от това дали $F(p)$ е съпротивление, проводимост или предавателна функция.

Ако означим вариациите на параметрите на елементите с Δy и в изрази (6) и (7) положим :

(8) $$\mu=1+\frac{\Delta y}{y_0}\ ,$$

след което от двете страни на всяко равенство извадим израза на номиналната функция $F(p,\vec{y})$, се получава, че изменението на схемната функция е:

(9) $$\Delta F\left(p,\overline{y}\right)=\left(1+\frac{\Delta y}{y_0}\right)^{\nu}F\left(p,\overline{y}\right)\ ,$$

(10) $$\Delta F_{LC}\left(p,\overline{y}\right)=p\left(1+\frac{\Delta y}{y_0}\right)F\left(p,\overline{y}\right)\ .$$

Зависимости (9) и (10) показват, че разглежданите вариации на $F(p,\vec{y})$ зависят само от свойствата на номиналната функция и са инвариантни към всички еквивалентни вериги, реализиращи дадената функция.

Аналогични резултати могат да бъдат получени и за чисто реактивни структури на електрическите вериги.

От получените зависимости за операторната схемна функция на веригата следват аналогични съотношения и свойства за честотните характеристики $F(j\omega)$ на електрическата верига.

Въз основа на инвариантността на функциите на чувствителност на $F(p, \overline{R}, \overline{L}, \overline{C})$ може да се докаже и инвариантността на времевите функции на електрическата верига, които [4] се получават чрез обратното преобразуване на Лаплас L^{-1}, (ν=0):

(11) $$g(t) = L^{-1}\{F(p)\},$$

(12) $$h(t) = L^{-1}\left\{\frac{F(p)}{p}\right\}.$$

След преминаване от уравнения (6) и (7) към съответните операторни образи на времевите функции, се извършва обратното преобразуване на Лаплас. Полученият резултат може да се запише във вида:

(13) $$g(t, \overline{R}_0, \mu\overline{L}_0, \mu\overline{C}_0) = g\left(t/\mu, \bar{y}_0 \right),$$

(14) $$h(t, \overline{R}_0, \mu\overline{L}_0, \mu\overline{C}_0) = h\left(t/\mu, \bar{y}_0 \right).$$

Получените зависимости показват, че сумарните чувствителности на времевите функции на електрическите вериги в приетия елементен базис зависят само от свойствата на функцията и са инвариантни към еквивалентните преобразувания на веригата.

3. Изследване на параметричната чувствителност на пасивна честотно-селективна електрическа верига

Параметричната чувствителност на честотната характеристика на една честотно-селективна верига, по отношение на реактивния елемент *k*, може да се изрази като:

(15) $$\left|S_k(j\omega)\right| = \left|\frac{\partial F(j\omega)}{\partial k}\frac{k}{F(j\omega)}\right|.$$

Ако N_L и N_C са броят съответно на индуктивните и капацитивни елементи във веригата, то параметричната чувствителност е сума от чувствителностите по отделните видове реактивни елементи:

(16) $$\left|S_k(j\omega)\right| = \sum_{k=1}^{N_L}\left|S_{L_k}\right| + \sum_{k=1}^{N_C}\left|S_{C_k}\right|.$$

От друга страна комплексната чувствителност може да се представи като:

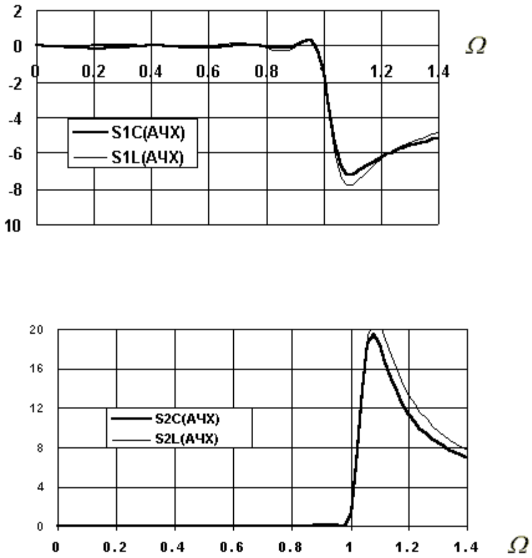
(17) $$S_k(j\omega) = \frac{\partial\left|F(j\omega)\right|}{\partial k}\frac{k}{\left|F(j\omega)\right|} + j\frac{\partial\varphi(\omega)}{\partial k}k = S_k^{|F|}(\omega) + jQ_k^{\varphi}(\omega),$$

където $S_k^{|F|}(\omega)$ е относителната чувствителност на АЧХ на веригата, а $Q_k^{\varphi}(\omega)$ е относителната чувствителност на ФЧХ.

Въз основа на (16) и (17) за относителните чувствителности на веригата може да се запише:

(18) $$S_k^{|F|}(\omega) = \sum_{k=1}^{N_L}\frac{\partial|F|}{\partial L_k}\frac{L_k}{|F|} + \sum_{k=1}^{N_C}\frac{\partial|F|}{\partial C_k}\frac{C_k}{|F|} = \frac{\partial|F|}{\partial\omega}\frac{\omega}{|F|},$$

(19) $$Q_k^{\varphi}(\omega) = \sum_{k=1}^{N_L}Q_{Lk}^{\varphi} + \sum_{k=1}^{N_C}Q_{Ck}^{\varphi} = \frac{\partial\varphi}{\partial\omega}\omega.$$



Фиг.1

От зависимости (18) и (19) следва, че сумарните функции на параметрична чувствителност спрямо различните реактивни елементи при детерминирани отклонения на параметрите от един вид са инвариантни към реализацията на електрическата верига.

Сумарната относителната чувствителност на АЧХ може да се представи в ред на Тейлор [5], в който функциите на чувствителност от първи и втори ред са съответно:

(20) $$S_{1L}^{|F|}(\omega)=\sum_{k=1}^{N_L}\frac{\partial|F|}{\partial L_k}\frac{L_k}{|F|}\ ,\ S_{1C}^{|F|}(\omega)=\sum_{k=1}^{N_L}\frac{\partial|F|}{\partial C_k}\frac{C_k}{|F|}\ ,$$

(21) $$S_{2L}^{|F|}(\omega)=\sum_{k=1}^{N_L}\left(\frac{\partial|F|}{\partial L_k}\frac{L_k}{|F|}\right)^2,\ S_{2C}^{|F|}(\omega)=\sum_{k=1}^{N_L}\left(\frac{\partial|F|}{\partial C_k}\frac{C_k}{|F|}\right)^2 .$$

По зависимости (20) и (21) са изчислени максималните стойности (по модул) на относителните чувствителности от първи и втори ред за НЧФ на Чебишев от 7 ред [3], с неравномерност на затихване в лентата на пропускане $\Delta a=0{,}28$ dB и затихване $a_0=28$ dB в лентата на задържане при честота $\Omega=1{,}3$. Техните зависимости на изменение от нормираната честота Ω са построени на фиг.1.

От получените графични зависимости се вижда, че сумарните функции на параметрична чувствителност спрямо различните реактивни елементи слабо се различават. Следователно при детерминирани отклонения на параметрите от един вид, те са инвариантни към реализацията на електрическата верига.

4. Изводи

Получените инвариантни суми на относителната чувствителност (20) и (21) могат да се използват като показатели за стабилност и чувствителност на честотно-селективните вериги. Те определят детерминираните (зависимост (20)) и случайните (21) съставящи на вариациите на съответната функция на веригата. Тъй като те са функция на честотата, то за всяка честота може да се определят граничните отклонения на характеристиките на веригата от техните номинални стойности.

Литература:

1. Г е х е р К. Теория чувствительности и допусков электронных цепей. М.: Сов. радио, 1993.
2. P r a s a d S.C. Singh R.P. Group delay sensitivity-its estimation and application. The Radio and Electronic Engineer, 1981
3. З а а л ь Р. Справочник по расчету фильтров. / Пер. с нем. под ред. Слепова Н.Н. - М.: Радио и связь, 1983.
4.Т р и ф о н о в И.И. Расчет электронных цепей с заданными частотными характеристиками. - М.: Радио и связь, 1988.
5. К о р н Г., Т. К о р н. Справочник по математике, Москва, 1987.