S E N S   2 0 0 8
Fourth Scientific Conference with International Participation
SPACE, ECOLOGY, NANOTECHNOLOGY, SAFETY
4–7 June 2008, Varna, Bulgaria

ЗА ДВИЖЕНИЕТО НА ЗАРЕДЕНИ ЧАСТИЦИ ВЪВ ВЪНШНО УСКОРЯВАЩО ПОЛЕ

Стилиян Луков[1], Николай Ерохин[2], Димитринка Томова[3], Румен Шкевов[1], Пламен Тренчев[1], Костадин Шейретски[1]

[1]Институт за космически изследвания – Българска академия на науките,
[2]Институт космических исследований – РАН,
[3]СУ “Св. Климент Охридски” – ДЕО-ИЧС
e-mail: slukov@space.bas.bg

Клучови думи: *заредени частици, електромагнитно поле, ускоряване*

Abstract: *In a classical approach, accounting for radiation reaction, the movement of a charged particle in external accelerated field is considered. An approximate expression for this reaction, valid in the special case for constant accelerarion, is recognised in the work to demonstrate that a charged particle’s movement is regularly accelerated as in the case without presence of radiation reaction, but with another acceleration. The obtained results can be applied in numerical modelling of a particle’s acceleration in space plasma.*

1. Въведение

Въпросът за движението на електрически заредени частици във външно ускорявщо поле, т.е. под действие на външна ускоряваща сила, има дълга история. Тук особеността се заключава във факта, че движещият се с ускорение заряд ще излъчва електромагнитни вълни, като при това ще възниква и спираща сила (сила на радиационното триене). Този въпрос е бил повдигнат още от класиците на електромагнетизма, например Лоренц, Лармор и др. Впоследствие въпросът се дискутира от редица известни теоретици (Борн, Паули и др.). В наше време въпросът за движението на заредени частици под действие на външно ускоряващо поле отново бе поставен на дневен ред – например, във връзка с проблема за изпълнението на принципа на еквивалентност на Айнщайн за движещите се с ускорение електрически заряди [1-4]. Следва да отбележим, че въпросът за движението на заредени частици във външни ускоряващи полета възниква не само във връзка с посочените по-горе чисто теоретични съображения, но и в редица повече или по-малко свързани с практиката задачи – например, със задачата за ускорението на заредени частици в космическата плазма [5-7]. От тази гледна точка, има смисъл отново да се спрем на указания въпрос.

2. Приближен израз за радиационната сила на триене

Тук ще разглеждаме движението на заредените частици в класическо (макроскопическо) приближение. Освен това, ние ще разгледаме първоначално нерелативиския случай, т.е движение на частицата при $v \ll c$.

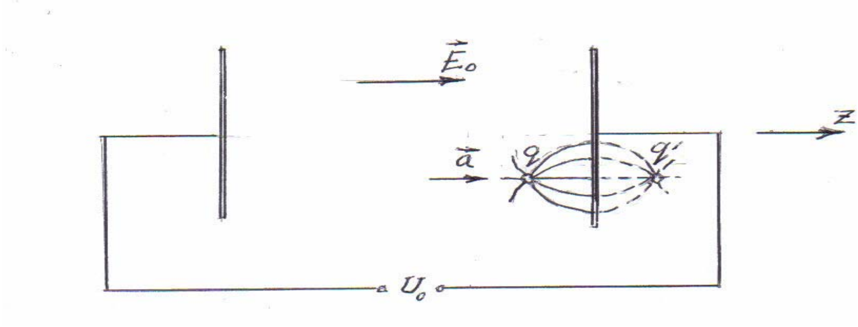
Както е известно, всеки заряд, който е подложен на ускоряване, ще излъчва електромагнитни вълни и, следователно, ще изпитва реакция на излъчването. Класическата формула за силата на радиационното триене има следния вид (в система мерни единици MKSA) [8]

$$\vec{F}_s = \frac{2q^2}{3c^3}\dot{\vec{a}}, \tag{1}$$

където q е големина на заряда, $\dot{\vec{a}}$ - производната на ускорението.

Оттук се вижда, че при постоянно ускорение тази сила се анулира, въпреки че в този случай зарядът също ще излъчва. В това се заключава така наречения “парадокс на реакцията на излъчването” [1].

Нека заредената частица (например, електрон, разглеждан като класическа частица) се намира във външно ускоряващо полеЗа простота тук ще считаме, че външното ускоряващо поле има потенциален характер и е еднородно и с постоянна напрегнатост (подобно на полето между плочите на кондензатор с постоянно напрежение) (фиг. 1).



Фиг.1
Движение на заредена частица във външно ускоряващо поле
(случай на постоянно еднородно електрическо поле
между плочите на електрически кондензатор)

В идеализирания случай, ако се пренебрегне изменението на полето между плочите на кондензатора от присъствието на заряда q то напрегнатостта на ускоряващото поле очевидно ще бъде

(2) $\vec{E} = E_0 \vec{e}_z$,

където E_0 се определя изцяло от заряда върху плочите на кондензатора, $\vec{e}_z$ е единичен вектор по направление на оста z (фиг.1).

В такъв случай от уравнението на движение на заредената частица

(3) $m \dfrac{d\vec{v}}{dt} = E_0 \vec{e}_z$,

получаваме

(4) $\vec{v} = v_z \vec{e}_z = \dfrac{E_0 \vec{e}_z}{m} t = \vec{a} t,$

което съответствува на равноускорително движение на частицата.

Строго погледнато, обаче, полето между плочите на кондензатора ще се смущава от присъствието на заряда q, който създава свой "огледален" образ върху плочите, както е показано на фиг.1. В такъв случай резултантното поле ще се определя от сумата на основното поле $\vec{E}_0$ и полето, създавано от заряда $\vec{E}_c$

(5) $\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_c$.

Системата „заряд плюс огледални образи на заряда" (върху двете плочи на кондензатора) в общия случай ще има сложна мултиполна структура. За простота ние ще приемем, че зарядът в начално положение се намира много по-близо до едната плоча, така че отчитайки огледалния образ само върху едната плоча, можем да считаме, че системата заряд – огледален образ има диполна структура (фиг.1).

Под действие на полето $\vec{E}_0$ зарядът q ще се ускорява, при което ще се променя и разстоянието между заряда и плочата на кондензатора, а следователно и диполния момент

(6) $\vec{d}(t) = 2q[h_0 - z(t)]\vec{e}_z$,

където h_0 - начално отстояние на заряда от плочата на кондензатора.

Но, както е известно, изменението на диполния момент води до излъчване от системата с мощност, която може да се определи от израза [8]

(7) $P_i = \dfrac{2\ddot{d}^2}{3c^2} = \dfrac{2q^2}{3c^2}\ddot{z}^2 = \dfrac{2q^2}{3c^2}a^2$,

където $a = \ddot{z}(t) = const$ - постоянно ускорение на заряда.

За да получим израза за радиационната сила на триене $\vec{F}_r$ ще изходим от общия израз за импулса $\vec{p}$ на заредената частица

(8) $\vec{p} = \vec{p}' - \vec{p}_s$,

където $\vec{p}', \vec{p}_s$ - съответно, импулс на заредената частица при отсъствие на реакция на излъчването и импулс, свързан с реакцията на излъчване.

Замествайки $\vec{p} = m\vec{v}$, получаваме

(9) $m\vec{v} = m'\vec{v} - m_i\vec{v}$,

където m' е "ефективна" маса на частицата, отчитаща влиянието на реакцията на излъчването, m_i - маса, свързана с полето на излъчване.

Имайки предвид, че $m' \approx m$ и факта, че при отсъствие на реакция на излъчване движението на частицата следва да бъде равноускорително, т.е. $\vec{v} = \vec{a}t$, а също така и израза за масата, свързана с полето на излъчване $m_i = W_i / c^2$, където W_i е енергията, отнасяна от излъчването, получаваме

(10) $$\vec{v} = \vec{a}t - \frac{W_i}{c^2}\vec{v} = \left(\vec{a} - \frac{P_i\vec{v}}{mc^2}\right)t ,$$

където е взето предвид, че $W_i = P_i t$.

Горният израз може да се представи така

(11) $\vec{v} = (\vec{a} - \vec{a}_s)t$,

където

(12) $$\vec{a}_s = \frac{P_i}{mc}\vec{v}$$

-отрицателно (спиращо) ускорение, свързано с реакцията на излъчването .

Оттук за радиационната сила на триене имаме

(13) $$\vec{F}_s = \vec{a}_s m = \frac{P_s\vec{v}}{c^2} = \frac{2q^2}{3c^5}a^2\vec{v}$$

което съвпада с израза, получен в [9] по друг начин.

Както се вижда от (13) дори при постоянно ускорение, радиационната сила на триене не е равна на нула. Освен това, от (11) става ясно, че в първо приближение в разглеждания случай движението на заредената частица във външно ускоряващо поле също е равноускорително, но с ускорение, по-малко от това, когато не се отчита излъчването от системата.

Формула (13) показва, че силата на радиационното триене е пропорционална на квадрата на ускорението и на първата степен на скоростта на заредената частица. При това, коефициентът на пропорционалност $\alpha = 2q^2 / 3c^5$ има твърде малка стойност. Следователно, може да се заключи ,че при малки стойности на ускорението и на скоростта влиянието на реакцията на излъчването може да се пренебрегне. Обратно, при големи ускорения и при скщорости, близки до скоростта на светлината (т.е. в релативистки и ултрарелативистки случаи) силата на радиационното триене може да се окаже твърде съществена.

В книгата на Ландау и Лифшица (Теория поля [8] стр. 286) се привежда следния израз за силата на радиационното триене в релятивисткия случай

(14) $$F_{sx} = -\frac{2e^4}{3m^2c^4}\frac{(E_y - H_z)^2 + (E_x + H_y)^2}{1-(v/c)^2} ,$$

където E_i, H_i са съответните компоненти на векторите на електрическото и магнитното полета, в което се движи частицата.

Оттук се вижда, че за ултрарелативистката частица силата на радиационно триене е пропорционална на квадрата на нейната енергия. По нататък в книгата се прави извода, че за ултрарелятивистката частица може да има място случай, когато радиационното спиране се явява основна действаща на нея сила. Разбира се, това е твърде общ извод и, затова има смисъл да се изясни влиянието на силата на радиационното триене в конкретните случаи.

3. Уравнения на движение на заредената частица с отчитане на реакцията на излъчването

Тук ние ще разглеждаме случай на движение на заредената частица (електрон) във външно електромагнитно поле. Тогава, силата с която полето действува на частицата е силата на Лоренц [8]

(15) $$\vec{F}_L = -e\left[\vec{E} + \frac{1}{c}\left(\vec{v} \times \vec{B}\right)\right].$$

Тъй като под действие на електрическото поле частица ще се ускорява, то очевидно, тя ще излъчва и на нея ще действа силата на радиационното триене. Тогава, с отчитане на тази сила, ние можем да запишем уравнението на движение във вида

(16) $$\frac{d\vec{p}}{dt} = -e\left[\vec{E} + \frac{1}{c}\left(\vec{v} \times \vec{B}\right)\right] - \vec{F}_s.$$

За скорости, малки в сравнение със скоростта на светлината, импулсът $\vec{p} = m\vec{v}$ и, затова, имайки предвид (1), получаваме

(17) $$m\frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{2e^2}{3c^3}\frac{d^2\vec{v}}{dt^2} = -e\left[\vec{E} + \frac{1}{c}\left(\vec{v} \times \vec{B}\right)\right].$$

Недостатъкът тук, както вече беше отбелязано, е анулирането на втория член при $\vec{v} = const$.

В частния случай, когато отсъства магнитно поле, всички векторни величини имат само една компонента, насочена по протежение на външната ускоряваща сила (т.е. по направление на вектора $\vec{E}$). В такъв случай ние можем да запишем, с отчитане на (13)

(18) $$m\frac{dv}{dt} + \frac{2e^2}{3c^5}\left(\frac{dv}{dt}\right)^2 v = -eE.$$

Както се вижда, това диференциално уравнение е от първи ред, за разлика от уравнение (17), което е от втори ред.

При скорости, близки до скоростта на светлината, как е известно, следва да се използува релятивисткото уравнение на движение на заредената частица, което може да бъде записано във вида [8, 9]

(19) $$\frac{d}{dt}\left\{\frac{m_0\vec{v}}{\sqrt{1-(v/c)^2}}\right\} = -e\left[\vec{E} + \frac{1}{c}\left(\vec{v} \times \vec{B}\right)\right] - \vec{F}_s,$$

където под $\vec{F}_s$ се има предвид пространственоподобната (тримерна) част на четири-вектора на силата на радиационното триене.

В общия случай в това уравнение за силата $\vec{F}_s$ следва да се използува израза (14).

Обаче, в указания по-горе частен случай, когато всички величини могат да се считат за скалари, представлява интерес възможността да се използва релативисткия аналог на уравнение (18), което има вида

(20) $$\frac{d}{dt}\left[\frac{m_0 v}{\sqrt{1-(v/c)^2}}\right] + \frac{2e^2}{3c^4}\left\{\frac{d}{dt}\left[\frac{m_0 v}{\sqrt{1-(v/c)^2}}\right]\right\}^2 = -eE.$$

Тук е взето предвид, че *v/c≈1.*

Това уравнение е полезно да се съпостави с релативисткото уравнение на движение на заредената частица при отсъствие на реакцията на излъчване

(21) $$\frac{d}{dt}\left[\frac{m_0 v}{\sqrt{1-(v/c)^2}}\right] = -eE.$$

Както добре е известно, уравнение (21) описва така нареченото „хиперболично” движение на релативистката частица, ускорявана от постоянно външно поле.

Оттук може да се заключи, че по принцип, на основата на числено моделиране на движението на заредената частица, може да се съпоставят решенията на двете уравнения и оттук да се изяснят условията, при които влиянието на реакцията на излъчване на движението на частицата става съществено.

4. Заключение

На базата на опростен физически модел е разгледано движението на заредени частици във външно ускоряващо поле с отчитане на радиационната сила на триене. Получена е приближен израз за тази сила, валиден за случая на постоянно ускорение. Показано е качествено, че движението на заредената частица при постоянно ускорение също е равноускорително, но с ускорение, по-малко в сравнение със случая, когато не се отчита реакцията на излъчването. Изведено е уравнение на движението на заредени частици (електрони) в полето на електромагнитна вълна в присъствието на постоянно магнитно поле, с отчитане на радиационната сила на триене. Този случай има важно значение при моделиране на процесите на ускорение на заредени частици в космическата плазма.

Литература:

1. Г и н з б у р г В. Л. УФН, **98**, 3, 1969, 569-585.
2. Л о г у н о в А. А., М. А. М е с т в и р и ш в и л и, Ю. В. Ч у г р е е в. ТМФ, **99**, 1, 1994, 121-139; УФН, **166**, 1, 1996, 81-88.
3. Г и н з б у р г В. Л., Ю. Н. Е р о ш е н к о. УФН, **165**, 2, 1995, 205-211; **166**, 1, 1996, 89-90.
4. Л у к о в С. Л. Теоретичен анализ на изпълнението на принципа на еквивалентност за електродинамичните процеси. 9-th International Science Conference SOLAR-TERRESTRIAL INFLUENCES, Sofia, November 24-25, 2002.
5. K a t s o u l e a s N., J. M. D a w s o n. Unlimited electron acceleration in laser-driven plasma wave. //Physical Review Letters, 1983, v. 51, №5, pp. 392-395.
6. С и т н о в М. И. Максимальная энергия частиц в серфатроне в режиме “неограниченного ускорения”. //Письма в ЖТФ, 1988, т.14, вып. 1, с. 89-92.
7. Е р о х и н Н. С., С. С. М о и с е е в, Р. З. С а г д е е в. Релятивисткий серфинг в неоднородной плазме и генерация космических лучей. Письма в Астрономическй журнал, 1989, т.15, №1, с. 3-10.
8. Л а н д а у Л. Д., Е. М. Л и ф ш и ц. Теоретическая физика, т. II, Теория поля, М., Физматлит, 2001.
9. Х а ч а т р я н Б. В. Изв. НАН Армении, Физика, **32**, 5, 1997, 260-262.