

**БЕЗОТРАЖАТЕЛЬНОЕ РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН  
ЧЕРЕЗ МЕЛКОМАСШТАБНЫЕ СТРУКТУРЫ****Николай Ерохин<sup>1</sup>, Людмила Михайловская<sup>1</sup>, Румен Шкевов<sup>2</sup>, Костадин Шейретски<sup>2</sup>**<sup>1</sup>Институт космических исследований – Российская академия наук, Москва, Россия<sup>2</sup>Институт космических исследований – Болгарская академия наук, София, Болгария  
e-mail: nerokhin@mx.iki.rssi.ru, shkevov@space.bas.bg

**Ключевые слова:** Электромагнитная волна, безотражательное распространение, неоднородности плазмы, коэффициент отражения, магнитоактивная плазма, гибридный резонанс.

**Аннотация:** На основе точно решаемой линейной модели рассмотрено безотражательное распространение модулированной по амплитуде электромагнитной волны через слой плазмы, содержащий мелкомасштабные (в масштабе характерной длины волны) структуры плотности. В задаче имеются свободные параметры, подбором которых можно существенно менять характер неоднородности плазмы. В частности, для плазменного слоя конечной толщины возможна сшивка на его границе в падающей из вакуума и уходящей от слоя электромагнитными волнами с нулевым коэффициентом отражения. В слое возможны также области с отрицательным значением диэлектрической проницаемости, что соответствует (по классическим представлениям) непрозрачности среды распространения волн. Возможно обобщение задачи и на случай магнитоактивной плазмы, в которой показатель преломления может быть больше единицы, а фазовая скорость волны будет существенно меньше скорости света в вакууме. С точки зрения эффективного поглощения волн магнитоактивной плазмой интересен случай возникновения на трассе распространения волны слоев гибридного резонанса с конечным поглощением энергии электромагнитной моды в резонансных слоях. Важно отметить, что использованный подход показывает возможность распространения неоднородного волнового пакета заданной частоты даже в однородной плазме. При этом амплитуда волны оказывается периодически промодулированной в пространстве, а глубина данной модуляции определяется некоторым свободным параметром задачи. Исследованная модель представляет интерес, например, для интерпретации возможного механизма выхода электромагнитного излучения из областей плотной плазмы в астрофизике.

**NONREFLECTION PROPAGATION OF ELECTROMAGNETIC WAVES THROUGH  
SMALL-SCALE STRUCTURES****Nikolay Erokhin<sup>1</sup>, Ludmila Mikhailovskaya<sup>1</sup>, Rumen Shkevov<sup>2</sup>, Kostadin Sheiretsky<sup>2</sup>**<sup>1</sup>Space Research Institute – Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia<sup>2</sup>Space Research Institute – Bulgarian Academy of Sciences, Sofia, Bulgaria  
e-mail: nerokhin@mx.iki.rssi.ru, shkevov@space.bas.bg

**Key words:** Electromagnetic wave, nonreflection propagation, small-scale plasma structures, nonlinear equation, vortex component, charge surfing on an electromagnetic wave.

**Abstract:** The nonreflection propagation of the amplitude modulated electromagnetic wave through a plasma sheet containing small-scale (on the typical scale of wave length) structures of the density is considered on the basis of exactly solved linear model. With the selection of the free parameters it is possible to essentially change the character of plasma inhomogeneity. For a final thickness plasma sheet it is possible to obtain the reflectionless passage of the electromagnetic wave incident from the vacuum. This effect is possible also in the presence of layers with negative dielectric permittivity which correspond (on classical representations) to opacity regions for the incident wave. Generalization of a problem considered to a case of magnetoactive plasma in which the refraction index can be more than unity is possible, and the wave phase velocity will be less than the speed of light in the vacuum. From the point of view of effective absorption of the waves by the magnetoactive plasma, the important case is the appearance on the wave propagation path of the hybrid resonances layers with final absorption of the electromagnetic mode energy in resonant layer vicinity. It is important to note that the approach used shows the possibility of propagation of the non-uniform wave packet with the frequency given even in the

*homogeneous plasma. Thus, the amplitude of a wave will be periodically modulated in space, and the depth of this modulation is defined by problem free parameters. The model considered is of the great interest, for example, for interpretation of the possible mechanism of electromagnetic radiation escape from dense plasma regions in astrophysics.*

## **Введение**

При анализе колебаний неоднородных или нестационарных сред обычно используют приближенные методы и численные расчеты. В то же время большой интерес представляют точно решаемые математические модели, описывающие некоторые характерные ситуации для взаимодействия волн с неоднородными или нестационарными средами (эффекты отражения и поглощения волн, просветления волновых барьеров). Точно решаемые модели являются эталонами для сравнения с приближенными и численными решениями в родственных физических ситуациях. Кроме того, они могут выявлять дополнительные особенности в динамике колебаний и в распространении волн, а также демонстрировать интересные возможности практических приложений при контролируемых изменениях параметров среды.

В настоящем докладе на достаточно простых примерах точно решаемых моделей изложены результаты по распространению волн в неоднородных средах. Рассмотрены режимы безотражательного распространения волн при наличии областей непрозрачности, а также конечного резонансного поглощения волн при вполне регулярном поведении квадрата волнового числа  $k^2(x)$ . Показано, что конечное поглощение волны происходит при вполне регулярном поведении  $k^2(x)$ . Кроме того на трассе распространения имеются области непрозрачности.

Указаны и другие примеры безотражательного распространения волн через слоисто-неоднородную среду. В частности, оно имеет место и для квазипериодических неоднородностей с любым числом слоев. Принципиально то, что задав любое число параметров и используя в безразмерном волновом числе различные базовые функции для описания решетки, переходного слоя, барьера непрозрачности или других локализованных структур, можно построить широкий набор примеров безотражательного взаимодействия электромагнитных волн с регулярно неоднородной средой, включая слои резонансного поглощения с регулируемым коэффициентом поглощения. Интересно и следующее. Для заранее заданных базовых моделей локальной неоднородности их сумма со случайным набором входящих параметров будет определять модель безотражательного взаимодействия электромагнитной волны с хаотически неоднородной средой. Представляет интерес обобщение описанного выше подхода на случай нескольких связанных волн с учетом эффекта их взаимной трансформации. Изученные модели могут быть обобщены и на случай учета кубической нелинейности.

Исследование точно решаемых моделей взаимодействия волн с неоднородными средами представляет интерес для целого ряда практических приложений, в частности, для передачи энергии через нестационарные и стратифицированные среды, разработки безотражательных покрытий, для просветления волновых барьеров и диагностики плотной плазмы, ее нагрева электромагнитным излучением.

Кроме того, точно решаемые модели могут быть использованы для правильной интерпретации пространственно-временной динамики различных процессов, данных наблюдений лабораторной и космической плазмы, для прогнозирования развития кризисных природных явлений.

Полученные результаты могут представлять интерес для радиофизики, исследований по управляемому термоядерному синтезу, в анализе нелинейных волновых процессов в космической плазме, астрофизике и в биофизике, а также в планетных исследованиях.

## **Режимы безотражательного распространения волн в неоднородной среде**

Рассмотрим линейные режимы безотражательного распространения волн в слоистой среде. Используемая ниже математическая модель взаимодействия волны с неоднородной средой основана на линейном уравнении Гельмгольца :

$$(1) \quad F'' + k^2(x/L) \cdot F = 0$$

и соответствует в квантовой механике рассеянию частицы с нулевой энергией на неоднородном потенциале :

$$(2) \quad U(x) = - (L \cdot k)^2 - (L^2 \cdot k'' / 2 \cdot k) + 3 (L \cdot k' / 2 \cdot k)^2$$

Здесь  $L$  – характерный размер неоднородности. Точное решение данного уравнения берется в квазиклассическом виде

$$(3) \quad F(x) = A \cdot \exp [ i \Psi(x) ] \cdot [ k_0 / k(x) ]^{1/2}, \quad d\Psi / dx = k(x),$$

где  $A = \text{const}$ . При этом пространственный профиль волнового числа  $k(x)$ , который считается заданным, будет, определять профиль диэлектрической проницаемости. Определим квадрат волнового числа функцией:  $k^2(x) = k_0^2 \cdot x / L$ . В этом случае имеем задачу о рассеянии волны на сингулярном потенциале следующего вида

$$(4) \quad U(x) = 5 \cdot (L / 4 \cdot x)^2 - (\omega_0 \cdot x / c)$$

с полным поглощением падающей на область непрозрачности волны в окрестности слоя отражения  $x \sim 0$ . Данный вид потенциала вполне аналогичен случаю гибридного резонанса в магнитоактивной неоднородной плазме.

Если имеются две точки отражения т.е.

$$(5) \quad k^2(x) = k_0^2 \cdot [(x / L)^2 - 1] \equiv k_0^2 \cdot q^2(\xi),$$

потенциал  $U(x)$  сингулярен в обеих точках отражения  $x = \pm L$ , а именно :

$$(6) \quad U(x) = \rho^2 \cdot (1 - \xi^2) + (1 + 1,5 \cdot \xi^2) / [2 \cdot (\xi^2 - 1)^2],$$

где  $\xi = x / L$ ,  $\rho = k_0 \cdot L$  – безразмерный параметр неоднородности среды. В данном случае точное решение описывает безотражательное прохождение волны через горб потенциала с частичным поглощением в окрестности сингулярностей  $\xi = \pm 1$ . Коэффициент прохождения, измеряемый отношением потоков энергии прошедшей и падающей волн, равен  $\exp(-\pi \cdot \rho)$ . Указанное поглощение вполне родственно известному поглощению электромагнитных волн в слоях гибридных резонансов неоднородной магнитоактивной плазмы.

Подчеркнем то важное обстоятельство, что конечное поглощение происходит при вполне регулярном поведении  $k^2(x)$ . Кроме того, в окрестности слоев  $\xi = \pm 1$  имеются области непрозрачности. Имеются и другие примеры безотражательного распространения волн через слоистую среду. В частности, оно имеет место и для квазипериодических неоднородностей с любым числом слоев. Кроме того, для заранее заданных базовых моделей локальной неоднородности их сумма в  $q(\xi)$  со случайным набором входящих параметров будет определять модель безотражательного взаимодействия электромагнитной волны с хаотически неоднородной средой. Представляет интерес обобщение описанного выше подхода на случай нескольких связанных волн с учетом эффекта их взаимной трансформации, что позволило бы построить новый класс точно решаемых моделей в теории конверсии мод в неоднородных и нестационарных средах.

Зададим безразмерное волновое число  $p(\xi) = k(x) / k_0$  следующей формулой  $p(\xi) = 1 + \gamma [1 - \cos(\mu \xi)]$  с параметрами  $\gamma, \mu$ . Полагаем, что  $\gamma > -0.5$ . Следовательно, в неоднородном слое  $0 \leq \xi \leq b$  выполняется условие  $p > 0$ . Кроме того зададим параметр  $\mu$  соотношением  $\mu = 2\pi n / b$ , где  $n$  целое число. Важно отметить, что в данном случае на границах слоя величина  $p$  равна вакуумному значению 1.

Поскольку производные  $p_\xi(0) = p_\xi(b) = 0$  возможна сшивка безотражательного решения с падающей на слой слева и уходящей от него справа электромагнитным волнами, причем на границах плазменного слоя за счет  $p_{\xi\xi} \neq 0$  имеется скачок диэлектрической проницаемости.

Пусть  $n = 8$ ,  $b = 70$ ,  $\gamma = 0.4$ . Тогда график пространственного профиля диэлектрической проницаемости  $\varepsilon(\xi)$  имеет вид, представленный на рис.1. Как видим из рис.1, в данном случае профиль диэлектрической проницаемости включает и слои непрозрачности, в которых  $\varepsilon(\xi) < 0$ . Отметим, что на границах слоя  $p(\xi) = 1$ .

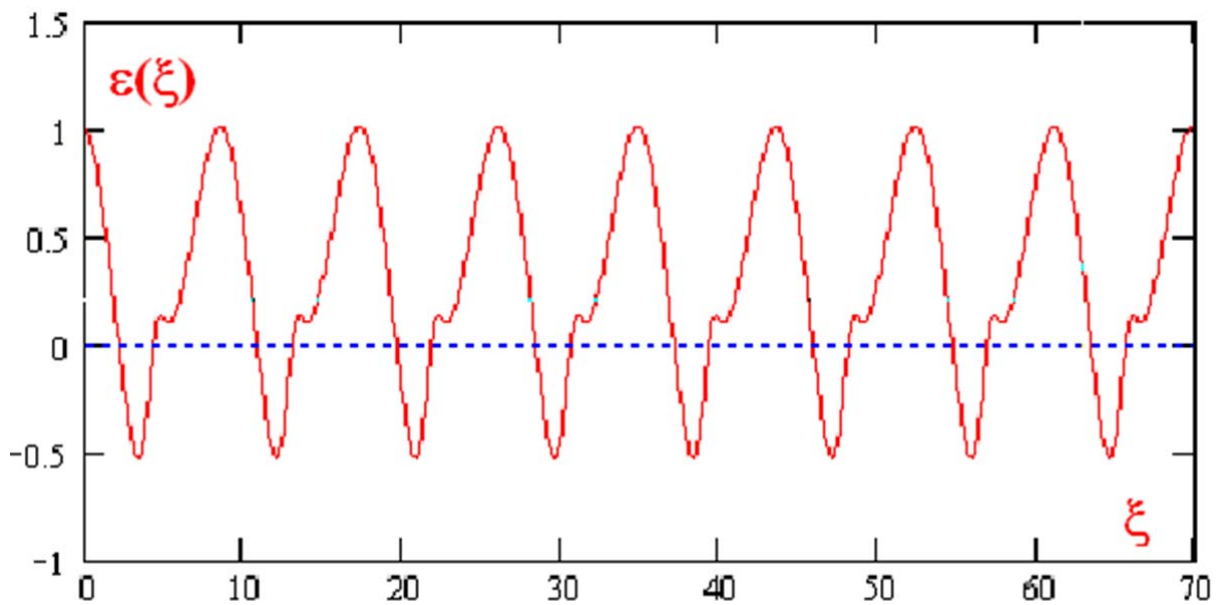
На графике эффективного потенциала  $U(\xi) = -\varepsilon(\xi)$  эти слои соответствуют барьерам, через которые частицы в квантовой механике туннелируют

Интересен учет нелинейности в данной задаче.

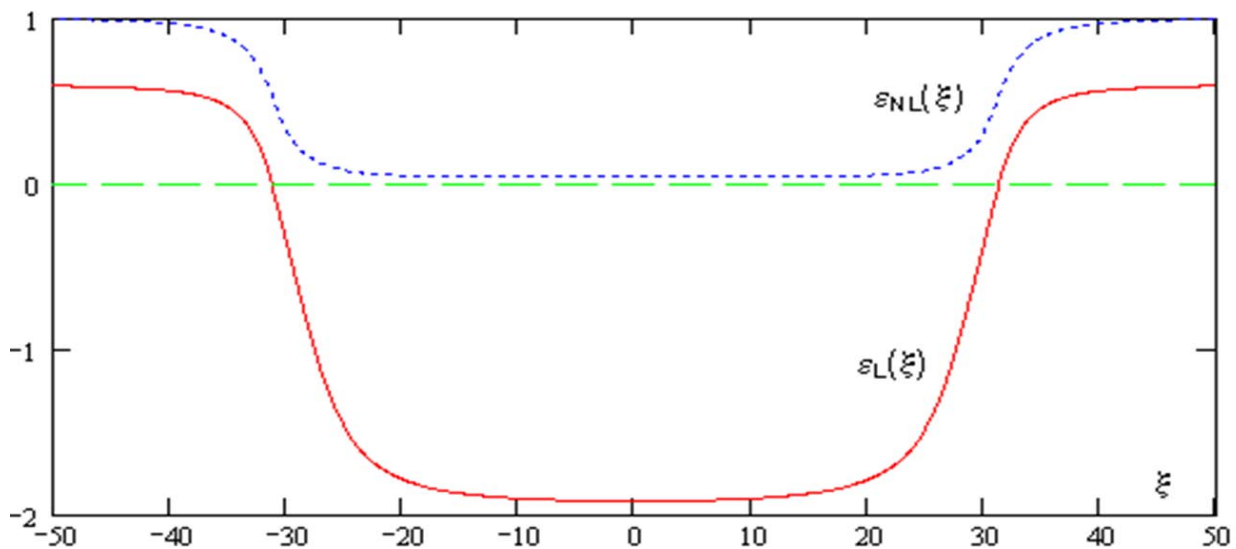
Простейшая математическая модель просветления барьера при взаимодействии волны с неоднородной средой основана на решении уравнения Гельмгольца с кубической нелинейностью:

$$(7) \quad F'' + k_0^2 [\varepsilon(x) + \alpha \cdot |F(x)|^2] \cdot F = 0,$$

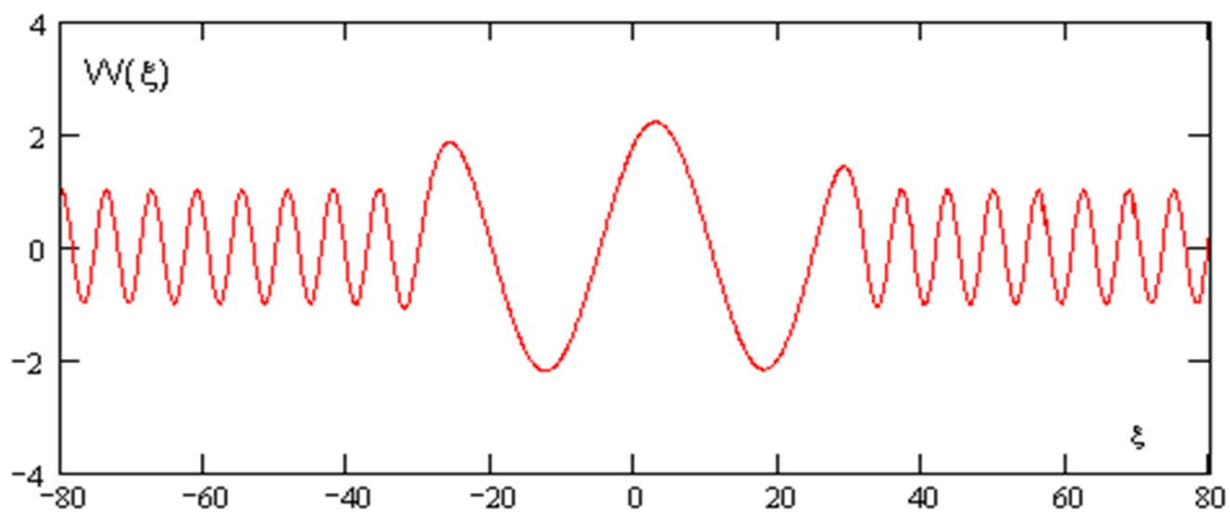
где  $\varepsilon(x)$  линейная часть диэлектрической проницаемости,  $\alpha \cdot |F(x)|^2 \equiv \delta\varepsilon$  нелинейная добавка.



Фиг. 1. График неоднородной диэлектрической проницаемости в плазменном слое.



Фиг. 2. Диэлектрическая проницаемость среды в случае  $\lambda = -0.8$ ,  $\rho = 3$ ,  $\sigma = 0.4$ .



Фиг. 3. Пространственный профиль поля волны при нелинейном просветлении

Приведем случай выбора для волнового вектора  $q(\xi)$  функции типа ямы

$$(8) \quad q(\xi) = 1 + \lambda \cdot g(\xi) \cdot h(\xi),$$

где функции  $g(\xi)$ ,  $h(\xi)$  определяются выражениями

$$(9) \quad g(\xi) = 0.5 \{ 1 + (\xi + b) / [\rho^2 + (\xi + b)^2]^{1/2} \},$$

$$(10) \quad h(\xi) = 0.5 \{ 1 + (b - \xi) / [\rho^2 + (b - \xi)^2]^{1/2} \}$$

с параметрами  $\rho$ ,  $\lambda$ . Характерная толщина волнового барьера порядка  $2b$ , размытость границ ямы характеризуется параметром  $\rho$ .

Графики диэлектрических проницаемостей среды

$$(11) \quad \varepsilon(\xi), \quad \varepsilon_{NL}(\xi) = \varepsilon(x) + \alpha \cdot |F(x)|^2$$

даны на фигурах фиг. 1÷3 в случае выбора параметров  $\lambda = -0.8$ ,  $\rho = 3$ ,  $\sigma = 0.4$ .

### Заключение

Результаты изложенного выше анализа можно суммировать следующим образом:

На основе точно решаемых моделей показана возможность безотражательного взаимодействия волн с неоднородной средой включая среды с кубической нелинейностью. В частности, оно имеет место и для квазипериодических неоднородностей с любым (наперед заданным) числом слоев, причем пространственный профиль неоднородных структур может существенно зависеть от любого (наперед заданного числа) параметров.

Принципиально следующее. Задав любое число параметров и используя в безразмерном волновом числе  $q(\xi)$  различные базовые функции для описания решетки, переходного слоя, барьера непрозрачности или других локализованных структур, можно построить широкий набор моделей безотражательного взаимодействия электромагнитных волн с неоднородной и нелинейной средой. В частности, для заранее заданных базовых моделей локальной неоднородности их сумма в  $q(\xi)$  со случайным набором входящих параметров будет определять модель нелинейного просветления барьеров при безотражательном взаимодействии электромагнитной волны с хаотически неоднородной средой.

Можно показать, что кроме электромагнитных мод в неоднородной плазме рассмотренное выше безотражательное распространение волн и просветление барьеров возможно и для других типов колебаний, например, звуковых, внутренних гравитационных.

Точно решаемые модели могут быть использованы для правильной интерпретации пространственно-временной динамики различных физических процессов, данных наблюдений лабораторной и космической плазмы, для прогнозирования развития кризисных природных явлений.

Полученные результаты могут представлять интерес также для радиофизики, исследований по управляемому термоядерному синтезу, в анализе нелинейных волновых процессов в космической плазме, астрофизике и в биофизике, а также в планетных исследованиях.

### Литература:

1. Ерохин Н. С., Л. А. Михайловская, Н. Н. Ерохин. Некоторые примеры точных решений математических моделей, описывающих колебания непрерывных сред. Препринт Пр-2109, Москва, ИКИ РАН, 2005, - 14 с.
2. Ерохин Н. С., Л. А. Михайловская, Н. Н. Ерохин. Сборник научных трудов "Научная сессия МИФИ-2006", Москва, МИФИ, 2006, т.7, с. 38.
3. Erokhin N. N., N. S. Erokhin, V. N. Damgov. SENS'2006 (Space, Ecology, Nanotechnology, Safety). Book of Abstr., Space Research Institute, Bulgarian Academy of Sciences, Sofia, 2006, p.26.
4. Моисеев Н. Н. Асимптотические методы нелинейной механики. М.: Наука, 1969, 379 с.
5. Гинзбург В. Л., А. А. Рухадзе. Электромагнитные волны в плазме. М.: Наука, 1970, 207 с.
6. Шварцбург А. Б. УФН, 2000, т.170, № 12, с.1297.
7. Ерохин Н. С., В. Е. Захаров. Доклады Академии наук, сер. Физика, 2007, т.416, № 3, с.1.
8. Шевченко В. И, Р. З. Сагдеев, В. Л. Галинский, М. В. Медведев. Физика плазмы, 2003, т.29, № 7, с.588.