

## STUDYING THE OPERATION OF AN OPEN TWO-LEVEL SERVICING SYSTEM USING SIMULATION MODELLING

Branimir Zhekov

*Rakovski Defence and Staff College, Defence Advanced Research Institute  
e-mail: bzhekov@yahoo.com*

**Keywords:** modelling, simulation, handling capability, input request flow, servicing intensity.

**Abstract:** The paper considers the operation of one open two-level servicing system, which is presented as  $(n+m)$  channel queuing system. The first level of the system consists of  $n$  centrally operated servicing channels, and the second level consists of the others  $m$  servicing channels, operating completely independently and with mutual aid between channels. The concept of the servicing system's simulation model is developed. The logic-generalized diagram of the simulation model is given. On the basis of the received results of running the model, analysis and estimation of the system's operation is made with different intensity input request flow.

## ИЗСЛЕДВАНЕ ФУНКЦИОНИРАНЕТО НА ЕДНА ОТВОРЕНА ДВУСТЕПЕННА ОБСЛУЖВАЩА СИСТЕМА С ПОМОЩТА НА СИМУЛАЦИОННО МОДЕЛИРАНЕ

Бранимир Жеков,

*Военна академия "Г. С. Раковски", Институт за перспективни изследвания за отбраната  
e-mail: bzhekov@yahoo.com*

**Ключови думи:** моделиране, симулация, пропускателна способност, входящ поток от заявки, интензивност на обслужване.

**Резюме:** Разгледано е функционирането на една отворена двустепенна обслужваща система, представена като  $(n+m)$ -канална система за масово обслужване, при която първото ниво е изградено от  $n$  централизирано управлявани обслужващи канала, а второто ниво от останалите  $m$  обслужващи канала, които функционират напълно децентрализирано и с взаимопомощ между каналите. Разработена е концепцията на симулационния модел на обслужващата система. Приведена е обобщена логическа схема на симулационния модел. На базата на получените резултати от проиграването на модела са извършени анализ и оценка на функционирането на системата, при различна интензивност на входящия поток от заявки.

### Въведение в проблема

Класът на системите за масово обслужване (СМО), намерил широко разпространение както в ежедневно човешка дейност, така и в редица специфични нейни области е класът с многостепенно или многофазно обслужване. Този клас системи обикновено се задава с броя на фазите, броя на обслужващите устройства във всяка фаза, правилата за формиране на опашките пред тях и възможните ограничения, разпределенията на обслужването от всяко обслужващо устройство и на входящите потоци от заявки.

По важните задачи, които се поставят за решаване при изследване процеса на функционирането на системите с многофазно обслужване са свързани с разпределението на броя на заявките в системата по фази, общото време за престой на отделната заявка в системата, разпределенията на времената за чакане пред отделните фази, на времената за преминаване през отделна фаза, средните характеристики на посочените разпределения, условията за съществуване на стационарен режим, влиянието на коефициента на заетост на системата върху характеристиките на процеса и др.

Получаването на аналитични решения на изброените задачи е затруднено главно поради сложността на процеса, дефиниран като многомерен със зависими координатни процеси и от

обстоятелството, че изходящият поток от заявки от едната фаза се явява входящ поток за следващата фаза, като при това, колкото да е идеален първичният входящ поток, още след първата фаза неговите свойства рязко се променят [2].

Посочените трудности при изследване на многофазни системи за масово обслужване с произволни разпределения на входящите потоци от заявки и/или произволно разпределение на времето за обслужване на заявките и редица други особености и ограничения, в значителна степен могат да бъдат преодолени като се използват методите на статистическото моделиране [1]. Освен това, възможността за по-пълно и точно съгласуване с физическата същност на процеса, адекватно задаване на входящите потоци от заявки, времена и дисциплини на обслужване, и за осигуряване на възможност за лесно и удобно модифициране на модела, определят в значителна степен предимствата и избора на метода за симулационно моделиране.

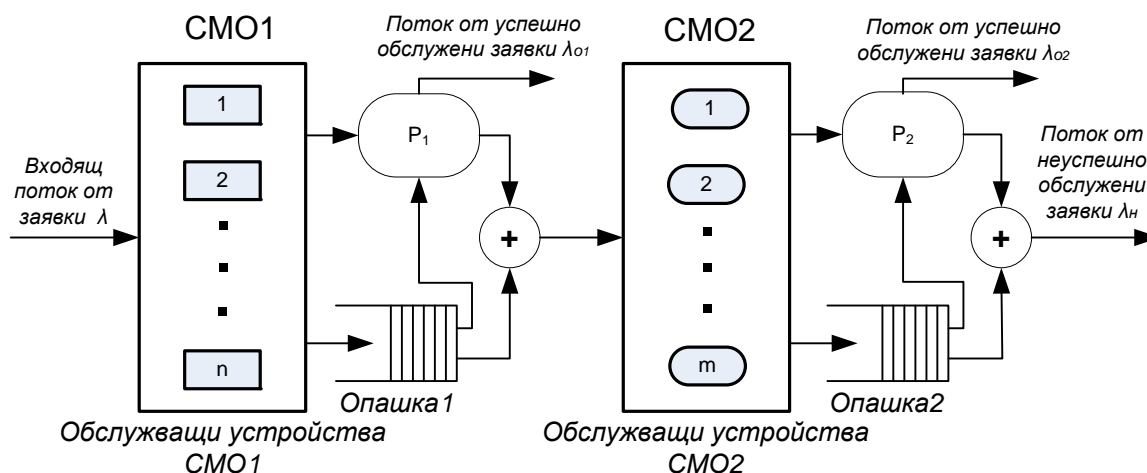
Целта на настоящата работа е с помощта на методите на стимулационното моделиране да се изследва процеса на функциониране на една отворена двустепенна (двуфазна) обслужваща система и се получат определени количествени оценки на съответните и характеристики.

### Концептуален модел на системата

Функционирането на разглежданата двустепенна обслужваща система може да бъде представено като двуфазов процес, реализиран от две отворени последователно свързани системи за масово обслужване СМО1 и СМО2, всяка от които притежава определена структура, т.е. има определен състав и функционални връзки (фиг.1).

Изхождайки от конкретни практически съображения, входящият поток от заявки е реализиран като производен поток от входни заявки, получен чрез трансформация на поасонов входящ поток с интензивност  $\lambda$ . За целта всяка една заявка от поасоновия поток поражда две нови заявки, като моментът на постъпване на първата заявка съвпада с момента на постъпване на заявката от поасоновия поток, а втората заявка постъпва след определено закъснение спрямо първата, което може да бъде постоянно или случайно разпределено в зададен интервал.

Първата системата за масово обслужване (СМО1) може да бъде представена като отворена  $n$ -канална система за масово обслужване с ограничено време за пребиваване на заявката в системата, недостовечно обслужване, наличие на информация за резултата от обслужването и отсъствие на взаимопомощ между каналите. Всичките  $n$  обслужващи устройства са еднотипни по производителност и се характеризират с едно и също разпределение на времето за обслужване на отделните заявки. На входа на СМО1 постъпва производен поток от входни заявки, получен чрез трансформация на поасонов входящ поток с интензивност  $\lambda$ .



Фиг.1. Структура на двустепенната (двуфазна) обслужваща система

Ако в момент на пристигане на нова заявка всичките  $n$  обслужващи устройства (ОУ) са заети, то заявката постъпва в опашка за чакане. Ако по време на чакане се освободи поне едно ОУ, то заявката напуска опашката и се приема за обслужване от него, ако не се освободи ОУ - след изтичане на определеното за пребиваване в системата време, заявката напуска опашката и СМО1 необслужена, т.е. заявката е "нетърпелива" и постъпва в СМО2. Дисциплината на обслужване на заявките от опашката е по реда на тяхното пристигане, т.е. първа пристигнала, първа обслужена.

Ако при пристигане на нова заявка в системата има поне едно свободно ОУ, то тя се приема за обслужване само от едно (което и да е) от свободните ОУ, като при това заявката се оказва

обслужена не достоверно, а с вероятност  $P_1$ . Ако резултатът от обслужването е отрицателен и времето за пребиваване на заявката в системата не е изтекло, то заявката отново се обслужва с вероятност  $P_1$  от същото ОУ. Ако и при втория опит обслужването е неуспешно, след изтичане на времето за пребиваване на заявката в СМО1, същата напуска системата и постъпва в СМО2.

Обслужващото устройство се освобождава и се привежда се в състояние, което му позволява да обслужва нови заявки за случаен интервал от време, след първия успешен опит или след втория опит, независимо от неговия изход.

Втората система за масово обслужване (СМО2) може да бъде представена като отворена  $m$ -канална СМО с ограничено време за пребиваване на заявката в системата, недостоверно обслужване, наличие на информация за резултата от обслужването и пълна взаимопомощ между каналите.

На входа на СМО2 постъпва поток от заявки, формиран от необслужени заявки, напускащи СМО1. Всичките  $m$  обслужващи устройства са еднотипни по производителност и се характеризират с едно и също разпределение на времето за обслужване. Заявките се обслужват недостоверно на последователни етапи. При дефиниране на разпределението на времето за обслужване на заявката на съответните етапи се изхожда както от характеристиките на самите ОУ, така и от характеристиките на заявките. Количеството на ОУ участващи в обслужването на заявката на даден етап също е случайна величина. На даден етап заявката се обслужва успешно от едно ОУ с вероятност  $p$ , независимо от другите обслужващи устройства.

Всяко ОУ, което е започнало обслужване на дадена заявка, осъществява поне един етап от нейното обслужване. При успешно приключване на обслужването на заявката за дадения етап, ОУ задължително се освобождава. При неуспешно приключване на обслужването, участието на ОУ в следващия етап не е достоверно, а с определена вероятност. Обслужващото устройство се освобождава и се привежда се в състояние, което му позволява да обслужва нови заявки за случаен интервал от време.

Ако към момента на пристигане на нова заявка са заети  $k$  обслужващи устройства  $k = (0, 1, 2, \dots, n-1)$ , то  $(m - k)$  обслужващи устройства ще осъществят първия етап от обслужването на новата заявка. По този начин, ако дадена заявка са започнали да обслужват  $(m - k)$  ОУ, то вероятността за нейното обслужване  $P_2$  ще бъде равна [3]:

$$(1) \quad P_2 = 1 - (1 - p)^{m-k}.$$

Ако в определен момент  $t$  всички  $n$  ОУ са свободни, то първата пристигнала заявка ще се обслужва от всичките  $m$  ОУ. Ако към момента на пристигането на нова заявка всичките  $m$  ОУ са заети, то тя ще постъпи в опашка за чакане, където в бъдеще може да бъде обслужена, ако за времето и на престой в опашката се освободи поне едно ОУ. Намирайки се в опашката, заявките са "нетърпеливи" и ако за времето на чакане не бъдат обслужени те я напускат, без да дочакат обслужване. Дисциплината на обслужване на заявките е FIFO – първа пристигнала, първа обслужена.

Необходимо е да се отбележи, че при по-задълбоченото и по-детайлно дефиниране на процеса на функциониране на двуфазната обслужваща система следва да бъдат отчетени редица параметри, отнасящи се до характеристиките и особеностите на потока от заявки, като време за пребиваване в системата, вид и траектория на движение, ешелониране, групиране, достъпност до ОУ и др.

### Програмна реализация

В съответствие с представения по-горе концептуален модел на двуфазната СМО е разработен симулационен модел на същата с използване на софтуерния продукт за дискретно симулационно моделиране GPSS World на фирмата Minuteman Software [4].

Обслужващите канали и на двете последователно свързани системи за масово обслужване са симулирани чрез многоканални устройства, позволяващи както поединично, така и едновременно заемане на произволен брой канали и събиране на съответна статистическа информация за процесите в системата.

В СМО1 са организирани две опашки в едната, от които постъпват заявките, очакващи освобождаване на обслужващо устройство, а в другата – заявките, претърпели два последователни неуспешни опита за обслужване и окончателно напускащи системата. Всяка приета заявка се обслужва еднократно или двукратно за време, стойностите на което са равномерно разпределени в зададен времеви интервал. Вероятността за успешно приключване обслужването на заявката от дадено ОУ е постоянна и една и съща за всички ОУ.

За реализация на описания механизъм на обслужване в СМО2 са дефинирани съответни функции, позволяващи редуциране на ОУ, при неуспешно обслужване, съгласно приетите разпределения. Вероятността за успешно приключване на обслужването на заявката на даден етап се определя съгласно (1). За заявките очакващи освобождаването на ОУ е организирана опашка, която те напускат или при освобождаване на едно или няколко ОУ или при изтичане на времето за пребиваване на заявката в СМО2.

Чрез дефиниране на различни статистически таблици в симулационния модел са табулирани честотните разпределения на различни случайни величини, необходими при анализа на процеса на функциониране както на СМО1 и СМО2, така и на двуфазната СМО като цяло.

### Условия на моделирането

Реализацията на симулационния модел и определянето на характеристиките на работа на системите е осъществена при следните общи параметри: интензивност на поасоновия поток от входни заявки, изменяща се в диапазона от  $\lambda = 1$  заявки/min до  $\lambda = 10$  заявки/min; закъснение между двойката заявки на производния входен поток, равномерно разпределено в интервала  $3 \pm 1$  s.

За СМО1: две конфигурации на обслужващите устройства  $n=2$  и  $n=4$ ; време за обслужване на заявка, равномерно разпределено в интервала  $10 \pm 2$  s; вероятност за обслужване на заявка от едно обслужващо устройство  $P_1 = 0,65$ , време за възстановяване след обслужване на заявка, равномерно разпределено в интервала  $6 \pm 1$  s; максимално разрешени последователни опити за обслужване на заявка – два; максимално време за престой в опашката – 30 s.

За СМО2: обслужващи устройства  $m=4$ ; време за обслужване на дадена заявка, равномерно разпределено в интервала  $5 \pm 2$  s; вероятност за обслужване на дадена заявка от едно обслужващо устройство  $p = 0,04$ ; време за възстановяване след обслужване на заявка, равномерно разпределено в интервала  $3 \pm 1$  s; максимално време за престой в опашката – 15 s.

### Анализ на резултатите от симулационните експерименти

Получените резултати от експериментирането на симулационния модел на двуфазната СМО позволяват да бъде направен анализ и дадена оценка на редица характеристики на процеса на нейното функциониране. От голямото многообразие на различни количествени показатели, с които може да бъде охарактеризирана ефективността на една СМО, определен практически интерес представлява вероятността за обслужване на заявката  $P_o$ , която в разглеждания случай на двуфазна СМО, функционираща в стационарен режим, може да бъде представена като:

$$(2) \quad P_o = \frac{\lambda_{o1} + \lambda_{o2}}{\lambda},$$

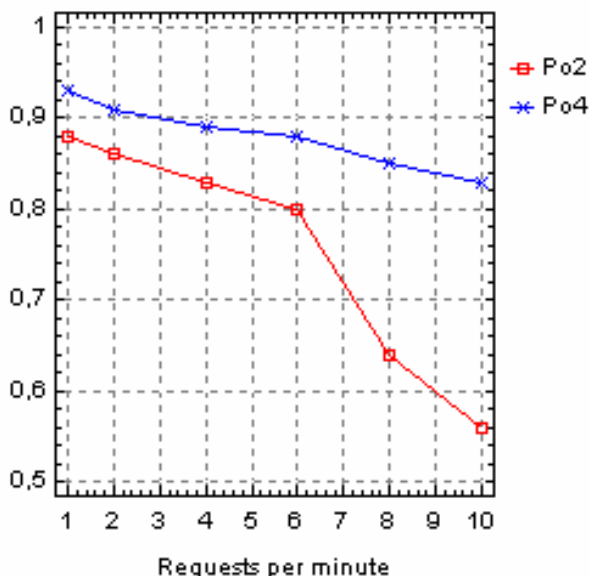
където:

$\lambda$  – интензивност на входящия поток от заявки;

$\lambda_{o1}$  – интензивност на потока от успешно обслужени заявки от СМО1;

$\lambda_{o2}$  – интензивност на потока от успешно обслужени заявки от СМО2.

На фиг. 2 е дадена графичната зависимост на вероятността за обслужване на заявка в двуфазната СМО от интензивността на входящия поток от заявки  $\lambda$  при различен брой обслужващи устройства в СМО1 – съответно  $P_{o2}$ , при конфигурация на модела  $n=2$  и  $P_{o4}$ , при конфигурация на модела  $n=4$ , реализирана с помощта на пакета за анализ на статистически и експериментални данни StatGraphics Plus на фирмата Manugistics, Inc.



Фиг. 2. Зависимост на  $P_o$  от  $\lambda$  при различен брой ОУ в СМО1

При малки стойности на интензивността на входящия поток от заявки, вероятността за обслужване на заявка от двуфазната СМО е сравнително висока, независимо от броя на ОУ в СМО1 като достига  $P_{o2} = 0,88$  при конфигурация  $n=2$  и  $P_{o4} = 0,93$  при конфигурация  $n=4$ . Този факт основно се дължи на ниските коефициенти на натоварване (използване) на обслужващите устройства на съответните системи СМО1 и СМО2. Коефициентът на натоварване на ОУ от СМО1, при конфигурация  $n=2$ , е 0,156, а на ОУ от СМО2 – едва 0,023. Почти всички новопостъпили заявки, както на входа на СМО1, така и на входа на СМО2 са приети на обслужване, т.е. в момент на постъпване на заявка почти винаги е имало поне едно свободно ОУ. Заявките, постъпили в момент, когато всички ОУ са били заети и са постъпили в съответната опашка за СМО1 представляват 1,04%, а за СМО2 – 1,09%.

С увеличаване на интензивността на входящия поток от заявки вероятността за обслужване постепенно намалява, като при интензивност 6 заявки/мин тя достига стойности  $P_{o2} = 0,80$  при  $n=2$  и  $P_{o4} = 0,88$  при  $n=4$ . При това коефициентът на натоварване на ОУ от СМО1, при конфигурация  $n=2$  достига 0,752, а на ОУ от СМО2 – 0,239, в следствие на което в СМО1 не са приети веднага за обслужване 73,76% от новопостъпилите заявки, а в СМО2 – 42,94%. В опашката на СМО1 заявките очакващи обслужване средно са престояли 16,37 s, при средна дължина от 1,23 заявки и максимална дължина от 14 заявки, а в опашката на СМО2 заявките очакващи обслужване средно са престояли 7,15 s, при средна дължина от 0,11 заявки и максимална дължина от 7 заявки.

По-нататъшното увеличаване на интензивността на входящия поток от заявки води до по-значим спад на стойностите на вероятността за обслужване, по ярко изразен при конфигурацията на модела с  $n=2$  обслужващи устройства в СМО1. При тази конфигурация и интензивност на входящия поток от заявки от 8 заявки/мин, едва 14,24% от новопостъпилите заявки са постъпили в СМО1 в момент, когато поне едно ОУ е било свободно и веднага се е пристъпило към тяхното обслужване. В потвърждение на това е и сравнително високият коефициент на натоварване на ОУ от СМО1, който достига 0,862. За СМО2 коефициентът на натоварване е 0,348 като процентът на заявките, постъпили в СМО2 в момент, когато е свободно едно или повече ОУ е по-висок и достига 51,20%, но поради ниските стойности на вероятността за обслужване на заявките от самите ОУ, този факт не оказва съществено значение. Максималната дължина на опашките и в двете системи се е запазила една и съща - съответно 14 заявки за СМО1 и 7 заявки за СМО2, но почти два пъти се е увеличила средната дължина – 2,36 заявки за СМО1 и 0,21 заявки за СМО2. Незначително се е увеличило средното време за престой в опашките, като за СМО1 е достигнало 17,56 s, а за СМО2 – 0,23 s.

Запазването на максималната дължина на опашките и при двете системи СМО1 и СМО2, при увеличаване на интензивността на входящия поток от заявки едновременно с увеличаване и на времето за моделиране, позволява да се направи предположението, че при така дефинираните условия отворената двуфазна система за масово обслужване все още съхранява стационарен режим на функциониране.

### Заклучение

Извършеният кратък анализ на процеса на функциониране на представената двуфазна система за масово обслужване, функционираща в условията на описания произведен поток от входни заявки, и получените оценки на нейната вероятност за обслужване  $P_o$ , могат да бъдат използвани при вземане на решения за ефективни практически приложения.

### Литература

1. А л ь н а х И. Моделирование вычислительных систем. Машиностроение, Л., 1988.
2. О б р е т е н о в А., Б. Д и м и т р о в. Справочник по масово обслужване. Наука и изкуство, С., 1979.
3. Ф е л л е р В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. т. 1, "Мир", М., 1984.
- 4 General Purpose Simulation System World: Reference Manuel. Minuteman Software, [www.minutemansoftware.com](http://www.minutemansoftware.com), 2002.