

## ОПРЕДЕЛЯНЕ НА РАЦИОНАЛНИЯ БРОЙ КОНТРОЛИРАНИ ТОЧКИ И ИДЕНТИФИКАЦИЯ НА РИСКОВИ ТЕХНИЧЕСКИ СИСТЕМИ В ДИНАМИЧЕН РЕЖИМ

Николай Петров, Димитър Гинчев, Симеон Мръчев

Тракийски Университет – Ст. Загора, Ямбол  
e-mail: nikipetrov@lycos.com, ginchev\_dimitar@yahoo.com

**Ключови думи:** критерий за ефективност; контрол на рискови технически системи; рационален брой контролирани точки

**Абстракт:** В работата се предлага критерий за ефективност на контрола на рискови техническите системи, различен от предложения в литература [2, 3, 4] стандартен подход. Разработен е метод за определяне на рационалния (в съответствие с предложени критерий) брой контролирани точки. Получен е критерий за използване на метода за конкретни типове рискови технически системи (РТС). Предложена е идентификация в динамичен режим с използване на невронни мрежи.

### Постановка на проблема

При извършване на контрол на РТС, чрез измерване на съответен параметър  $y$ , се прави проверка дали за всяко  $j$ -то изделие е изпълнено условие:

$$(1) \quad \Delta_1 \leq y_j \leq \Delta_2,$$

където:  $\Delta_1$  и  $\Delta_2$  - долна и горна граница на полето на допуск на параметъра  $y$ .

Параметърът  $y$  обикновено се разглежда като случайна (по съвкупност от изделия) величина, реализации на който се явяват  $y_1, \dots, y_j, \dots, y_I$  - стойности на контролирания параметър  $y$  на  $j$ -то изделие от даден тип. От своя страна контролирания параметър  $y$  се явява функция на непрекъснат аргумент  $x$ , изменящ се в диапазона  $[0, X]$ , т.е.  $y = y(x)$ ,  $x \in [0, X]$ .

В този случай контролът на  $j$ -то изделие се извършва, чрез проверка на изпълнението на условие:

$$(2) \quad \Delta_1(x) \leq y_j(x) \leq \Delta_2(x), x \in [0, X],$$

където:  $\Delta_1(x), \Delta_2(x)$  - долна и горна граница на допустимите отклонения на контролирания параметър  $y_j(x)$ ;  $y_j(x)$  - реализация на случайната функция на  $y(x)$ .

На практика широко се използва дискретен контрол на случайната функция, който се заключава в проверка на изпълнението на условие (4.3.1) при  $I$  на брой дискретни стойности на аргумента  $x$ , т.е. при:

$$(3) \quad \Delta_1(x_i) \leq y_j(x_i) \leq \Delta_2(x_i), i = \overline{1, I}.$$

Обикновено  $x_1 = 0, x_I = X$ . Ако условие (4.3.3) се изпълнява, то  $j$ -то изделие се признава за годно, а в противен случай се бракува. Очевидно е, че колкото по-голям е броят на контролираните точки  $I$  от РТС, толкова по-достоверно ще е съждението за годност (негодност) на  $j$ -то изделие при изпълнение (или неизпълнение) на неравенство (4.3.3). От друга страна е естествено да се стремим към намаляване на трудоемкостта на контрола, като намаляваме  $I$ . Вследствие на това възниква задачата да се обосновава избора на рационален брой контролирани точки. При това се въвежда следната:

**Аксиома:** Рационален брой контролирани точки в диапазона от  $[0, X]$  на изследваната функция  $y(x)$  се нарича това тяхно минимално число  $I_p$ , което обезпечава зададено ниво на

ефективност на контрола и съответната вероятност за безотказна работа  $P_{БР}(t)$  определена съгласно [23], т.е.:

$$(4) \quad P_{БР}(t) = \frac{1}{\sigma_Y(x) \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot \int_{Y_H - \Delta Y_{доп}}^{Y_H + \Delta Y_{доп}} \exp\left\{-\frac{[y(x) - m_Y(x)]^2}{2 \cdot \sigma_Y(x)}\right\} \cdot dx,$$

където:  $Y_H$  е номинална стойност на изследваната функция  $y(x)$  на РТС по тактико-техническо задание (ТТЗ) на производителя;  $\Delta Y_{доп}$  - допустими отклонения на  $y(x)$  съгласно ТТЗ;  $m_Y(x)$  и  $\sigma_Y(x)$  - математическо очакване и средноквадратична стойност, определени статистически от измерените стойности  $y_j(x_i)$  съгласно уравнение (4.3.3).

Задачата за избиране на  $I_p$  възниква например в следните случаи на решаване на технически проблеми:

- избор на сечение в което трябва да се контролира диаметъра на механичен вал;
- при избор на интервала от време (стъпката) през която трябва да се измерват параметрите на технологичния процес при неговия дискретен контрол;
- при проверка на средства за измерване, тогава когато трябва да се избира броят на проверяваните отметки от скалата.

При използване на вероятностни критерии за ефективност на контрола, задачата за избиране на рационален брой контролирани точки на случайната функция  $y(x)$  може да бъде решена аналитически ако са изпълнени следните условия [45, 46]:

- $y(x)$  се явява нормална случайна функция на аргумента  $x$ ;
- функцията  $y(x)$  е стационарна в целия диапазон на изменение на аргумента  $x$  (или диапазона  $[0, X]$  може да бъде разделен на участъци за всеки от които функцията  $y(x)$  може да се счита за стационарна);
- вероятността за излизане на функцията  $y(x)$  извън допустимите предели е малка (т.е. малък е броят на бракуваните изделия при контрола);
- относителната грешка на метода за контрол и използваните средства за измерване с които се проверява изпълнението на условие (4.3.3), е пренебрежимо малка в сравнение с ширината на полето на допуск на контролирания параметър;
- априорно е известна или могат да се определят с достатъчно ниво на достоверност следните статистическите параметри, математическо очакване  $m_Y(x)$  и автокорелационната функция  $r_\tau(x)$  на  $y(x)$ .

За даден тип РТС при отсъствие на априорни сведения, хипотезата за това, че разпределението на  $y(x)$ , където  $x \in [0, X]$ , е нормално може да бъде проверена, например чрез критерия  $\chi^2$  [44, 46]. Проверката на хипотезата за стационарност на  $y(x)$  практически се свежда до проверка на хипотезата за равенство на дисперсията на случайната функция  $y_0(x_i)$  в  $I$  на брой контролни точки, чрез използване на критерия на Бартлет [46]. За статистически материал при тези изчисления могат да служат стойностите  $y_{ij}$  ( $i = \overline{1, I}; j = \overline{1, J}$ ) на резултатите от измерването на контролирания параметър в  $I$  на брой контролни точки на случайната извадка на изделия от даден тип с обем  $J$ . Тези данни могат да се използват при определяне на оценките на  $\hat{m}_Y(x)$  и  $\hat{r}_\tau(x)$ . В следващите изчисления ще предпологаме, че поставените условия за  $y(x)$  са изпълнени. От това ще следва, че е възможно задачата за намиране на  $I_p$  да бъде решена чрез използване на теорията на отскоците на случайните процеси от [46, 47] и теорията на параметричната надеждност от [23].

При определяне на критерий за ефективност на контрола на технически системи, се предполага, че изследваната функция  $y(x)$  на РТС е центрирана относно номиналната стойност  $Y_H$  и е стационарна случайна функция с граници на полето на допуса  $\Delta Y_{доп} = \pm \Delta$ .

В литература [47] вместо вероятността  $P_{изл} \{ \eta = 1 \}$  за едно излизане на изследваната функция  $y(x)$  извън полето на допуска  $\pm \Delta$  (отскок), се изчислява математическото очакване  $M \{ \eta \}$  на броя на отскоците  $\eta$ . Тази замяна е възможна при изпълнение на условието за *параметъра на разсейване при контрол*  $W_{ПРК}$ , определен от:

$$(5) \quad W_{ПРК} = \frac{M \{ \eta \} - P_{изл} \{ \eta = 1 \}}{M \{ \eta \}} \ll 1.$$

В уравнение (4.3.5) горната граница на  $W_{ПРК}$  означена с  $W_{ПРК,Г}$  се оценява от израза:

$$(6) \quad W_{ПРК,Г} = \frac{M \{ \eta^2 \} - M \{ \eta \}}{M \{ \eta \}}.$$

В литература [46] е показано, че:

$$(7) \quad W_{ПРК,Г} = \int_0^x A(x) \cdot \exp \left[ -\frac{\Delta^2}{\sigma_y^2(x) + r_\tau(x)} \right] \cdot dx,$$

където:  $\sigma_y^2(x) = D(x)$  - дисперсия на изследваната функция  $y(x)$ ;  $r_\tau(x)$  - автокорелационна функция на  $y(x)$ ;  $A(x)$  - функция определена при  $x \rightarrow \infty$  от

$$A(x) \rightarrow \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{-D''(x)}{D(x)}}.$$

От уравнения (5) до (7) получаваме:

$$(8) \quad W_{ПРК} \leq \frac{M \{ \eta^2 \} - M \{ \eta \}}{M \{ \eta \}} \leq \frac{x}{2\pi} \sqrt{\frac{-D''(x)}{D(x)}} \cdot \exp \left[ -\frac{\Delta^2}{2 \cdot D(x)} \right].$$

Ако  $W_{ПРК} \ll 1$ , то вероятността за поява на отскоци може да се определи чрез формула:

$$(9) \quad P_{изл} \{ \eta = 1 \} = \frac{x}{\pi} \sqrt{\frac{-D''(x)}{D(x)}} \cdot \exp \left\{ -\frac{\Delta^2}{2 \cdot D(x)} \right\}.$$

От уравнения (8) и (9) получаваме:

$$(10) \quad W_{ПРК}(x) \leq 0,5 \cdot P_{изл} \{ \eta = 1 \}.$$

Ако вероятността  $P_{изл} \{ \eta = 1 \}$  за едно излизане на изследваната функция  $y(x)$  извън полето на допуска  $\pm \Delta$  е  $P_{изл} \{ \eta = 1 \} \leq 0,2$ , то *параметъра на разсейване при контрол*  $W_{ПРК}$  ще отговаря на условието  $W_{ПРК} < 0,1$ . Тази стойност на  $W_{ПРК}$  може да се счита за достатъчно малка за да се замени  $P_{изл} \{ \eta = 1 \}$  с  $M \{ \eta \}$ .

В уравнение (9) вместо  $D(x)$  и  $-D''(x)$  може да се използват техните статистически оценки  $S^2$  и  $S_d^2$ , които се изчисляват по резултатите от измерването на параметъра  $y_{ij}$  на извадката от изделия с обем  $J$ :

$$(11) \quad S^2 = \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I S_i^2 = \frac{1}{J-1} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \left[ (y_{ij} - m_i) - \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J (y_{ij} - m_i) \right]^2,$$

където:  $m_i = \hat{m}(x_i) = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J y_{ij}$  - оценка на математическото очакване на  $y(x)$  в  $i$ -та контролирана

точка ( $i = \overline{1, I}$ ),

$$(12) \quad S_d^2 = \frac{1}{I-1} \cdot \sum_{i=1}^{I-1} S_{d_i}^2,$$

$$S_{d_i}^2 = \frac{J \cdot (I-1)^2}{(J-1)^2 \cdot x^2} \sum_{j=1}^J \left\{ \left[ (y_{i+1,j} - m_{i+1}) - (y_{ij} - m_i) \right] - \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J \left[ (y_{i+1,j} - m_{i+1}) - (y_{ij} - m_i) \right] \right\}^2.$$

Не е трудно да се покаже, че  $S_d^2$  се явява неизместена състоятелна оценка на  $-D''(x)$ . Като поставим в (4.3.9) формули (11) и (12), то за изпълнението на условие  $P_{изл} \{ \eta = 1 \} \leq 0,2$  се получава:

$$(13) \quad \frac{S_d}{S} \cdot x \cdot \exp\left[-\frac{\Delta^2}{2 \cdot S^2}\right] \leq 0,2 \cdot \pi \cdot$$

Това неравенство се предлага да се използва в качеството на критерий за използване на предложения метод за конкретни типове изделия. Изпълнението на условие (13) означава, че  $W_{ПРК} < 0,1$ , т.е. е справедливо предположението за използване на  $M\{\eta\}$  вместо  $P_{ИЗЛ}\{\eta=1\}$ .

За критерий на ефективността на контрола (КЕК) се избира отношението  $\xi_{КЕК}$  на две вероятности определено от:

$$(14) \quad \xi_{КЕК} = P\{A/B\} / P\{\eta=1\},$$

където:  $P\{A/B\}$  - апостериорна вероятност за настъпване на незабелязан отскок при условие, че РТС е приета за експлоатация (апостериорна вероятност за грешка от втори род при контрола);  $A, B$  - събития, състоящи се в появяване на незабелязан отскок и признаване на РТС за годна след извършване на контрол.

В литература [46] се счита, че контролът е ефективен при  $\xi_{КЕК} = 0,01$ . На основание на допускането за малък брой бракувани (неподлежащи на възстановяване) РТС по време на техния контрол, вместо уравнение (14) за  $\xi_{КЕК}$  може да се запише:

$$(15) \quad \xi_{КЕК} = \frac{P\{AB\}}{P\{\eta=1\}} = 1 - \sqrt{2\pi} \frac{2 \cdot D(x)(I_p - 1)}{x \cdot \Delta \cdot \sqrt{-D''(x)}} \cdot \Phi\left(\frac{x \cdot \Delta \cdot \sqrt{-D''(x)}}{2 \cdot D(x)(I_p - 1)}\right) = 0,01,$$

където:  $P\{AB\}$  - априорна вероятност за незабелязан отскок;  $\Phi$  - функция на нормалното разпределение.

След решаване на уравнение (4.3.15) получаваме за  $I_p$ :

$$(16) \quad I_p = 2x \cdot \frac{\Delta}{D(x)} \cdot \sqrt{-D''(x)} + 1.$$

Уравнение (4.3.16) е използвано при извършване на изследване на качеството на 200 часов регламентен преглед на радио-локационна станция на самолет Миг-29. Целта на изследването е определянето на оптимален брой контролни точки с цел постигането на определено ниво на надеждност на 200 часовия регламентен преглед [7]. Резултата от изследването се различава с 10 % от дадения в регламентните карти на производителя. Самото изследване не може да бъде показано поради „класифицирания характер“ на изследваната информация.

#### **Идентификация на РТС в динамичен режим**

В динамичен режим на работа, подлежащите на разпознаване РТС зависят от моментните стойности на обучаващата двойка, представляваща функция на времето. Ако се приеме, че  $x$  като вектор на състоянието на РТС, при изпълнение на  $x \in R^n$ ,  $u$  като входен вектор при  $u \in R^n$ ,  $y$  като изходен вектор  $y \in R^m$ , то общото описание на нелинейната система, функционираща в дискретно време, може да бъде представена във вида:

$$(17) \quad x(k+1) = \Phi[x(k), u(k)],$$

$$(18) \quad y(k) = \Psi[x(k)],$$

където:  $x(k)$ ,  $u(k)$  и  $y(k)$  представляват векторите на моментните стойности на съответните променливи, а  $\Phi$  и  $\Psi$  са знаците на векторните статистически нелинейни функции  $\phi \in R^n$ ,  $\varphi \in R^m$ , определящи инвариантния във времето конкретен нелинеен обект.

За разлика от линейните уравнения на връзките, определяните нелинейни зависимости са по-сложни и не съществува универсален метод за тяхното аналитично решение. В качеството на негов заместител се използват приблизителни математически модели, уточнявани в процеса на обучението. Следователно, проблемът за идентификация на обекта се свежда към построяването на такъв негов параметричен модел, така че отклика на обекта  $y(k)$  и модела  $\hat{y}(k)$  за едно и също възбуждане  $u(k)$  съвпадат в пределите на допустимата грешка  $\varepsilon_{доп}$ , т.е. имаме:

$$(19) \quad \|\hat{y} - y\| \leq \varepsilon_{доп}.$$

Сред многото възможни подходи за реализацията на такава нелинейна система ще изберем този, който се основава на използването на невронна сигмоидална мрежа (в общия случай многослойна). На фиг. 1 е показана универсалната схема за включването на невронната мрежа като нелинеен модел на динамичната система [8, 10].

Ако се ограничим с един вход и изход, а също представим векторите на възбуждането  $u$  и на отклика на обекта  $y$ , състоящи се от елементи на запазването, т.е. имаме:

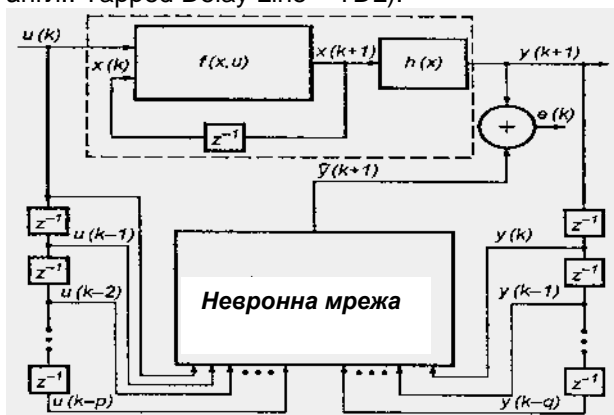
$$(20) \quad u(k) = [u(k), u(k-1), \dots, u(k-p)]^T,$$

$$(21) \quad y(k) = [y(k), y(k-1), \dots, y(k-q)]^T,$$

то общото описание на нелинейния динамичен модел може да се изрази без вектора на състоянието  $x$  във формата:

$$(22) \quad \hat{y}(k+1) = f[y(k), u(k)].$$

В това уравнение  $y(k+1)$  означава отклика на нелинейния обект в момента  $k+1$ , а  $\hat{y}(k+1)$  е отклика на невронния модел на този обект във същия момент от времето. Разликовият сигнал  $e(k+1) = y(k+1) - \hat{y}(k+1)$  управлява процеса на адаптация на параметрите на модела. Редът от елементите на запазването на входа на системата образува линията на задържане с разклонения (на англ.: Tapped Delay Line – TDL).



Фиг. 1. Метод за включване на невронната мрежа за идентификация на динамичен обект на РТС

В случая на използване за идентификация на обектите от РТС, невронната мрежа като правило се включва паралелно и се използва за предсказване на задържаните отскоци в изменението на изходния сигнал (отклик) на обекта за управление (РТС) от фиг. 1.

Достойнството на това включване са следните: първо, гарантирана е ограниченост на входните сигнали на модела, представляващ миналото чрез елементи на задръжка на откликите на обекта (той априорно се счита за устойчив) и второ – опростена е формулата на генерациите на градиента. Трябва да се отбележи, че това включване на невронната мрежа осигурява еднопосочно разпространение на сигналите, доколкото изходния сигнал се явява начално известен (за разлика от изходния сигнал на модела), поради което мрежата не е необходимо да бъде рекурентна. Затова векторът на градиента се формира в съответствие със стандартния за многослойните мрежи метод на обратното разпространение.

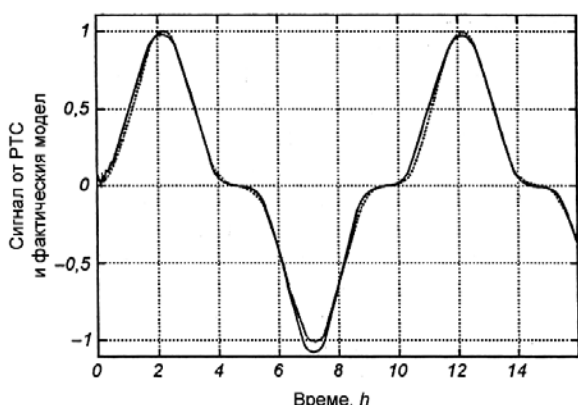
При това включване отклика (реакцията) на мрежата  $y(k)$  зависи от вектора  $u(k)$ , представляващ ред от миналите през елементите на невронната мрежа задръжки на реализациите на възбуждащия сигнал, а също от вектора  $d(k) = y(k)$ , представляващ ред от миналите през елементите задръжки на реализациите на зададения сигнал, съставляващи очаквания изходен вектор на мрежата. В тази ситуация невронната мрежа изпълнява функциите на класическата многослойна статическа мрежа.

Като пример ще разгледаме идентификацията на нелинейния динамичен обект на Винер, състоящ се от последователно включени линеен филтър на Баттерворт от шести порядък и нелинеен елемент във формата на полиномиална функция на  $x^3$ . В невронния модел на този обект е използвана мрежа с един скрит слой, съдържащ 25 неврона. Входният слой се състои от 24 възела, а изходният вектор е съставен от 12 минали през елементите задръжки на реализациите на входния вектор  $x$  и 12 реализации на вектора  $d$ , сформирани от реакциите на обекта.

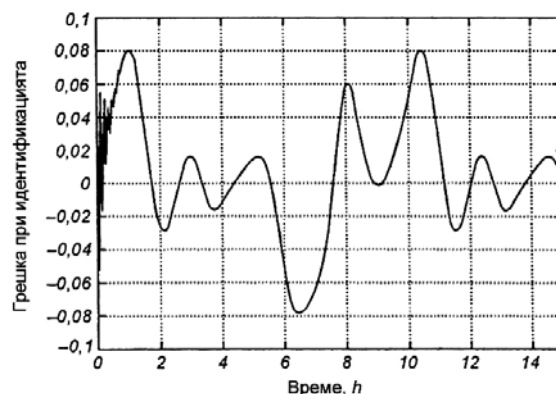
В качеството на входни сигнали  $u(k)$  се използват случайни стойности. Обучението се провежда с използването на програмата Netteach. След подбора на теглата се тества способността

на мрежата за обобщение, за което на нейния вход се подават детерминирани сигнали с фиксирана структура. Демонстрираните резултати се отнасят само за възбуждане с форма на синусоидален сигнал.

На фиг. 2 са показани графиките на изменението на сигнала, генериран от нелинеен обект (РТС) във вид на пунктирна линия и сигнала получен от изхода на невронния модел (непрекъсната линия) при синусоидално възбуждащ сигнал.



**Фиг. 2.** Резултати от тестването на обучена невронна мрежа при обработка на входни синусоидални сигнали: изходен сигнал от РТС (пунктирна линия) и изходен сигнал на невронната мрежа (непрекъсната линия)



**Фиг. 3.** Графика на грешката при идентификацията на РТС чрез невронна мрежа

На фиг. 3 е показана разликата между стойностите на зададените и фактическите (генерираните от модела на РТС подложена на идентификация) стойности на изходния сигнал. Това в действителност е грешката при идентификацията на РТС чрез невронна мрежа. Тази грешка е относително малка (под 8 %) и свидетелствува за високото качество на полученото решение.

По подобен начин може да се идентифицира рационалният брой на контролираните точки на съответна РТС и да се повиши надеждността на техническата експлоатация.

### Заклучение

В резултат на извършеното изследване могат да се направят следните изводи:

1. Получен е аналитичен израз за определяне на рационален брой контролирани точки от съответната техническа система (включително и РТС).
2. Грешката при използването на уравнение (4.3.16) е по-малка от 10 %, като тя представлява критерий за използването на метода за конкретни типове технически изделия.
3. В резултат на извършената идентификация в динамичен режим на РТС, чрез използване на невронни мрежи и входен възбуждащ сигнал е постигнато високо ниво на надеждностна оценка.

### Литература:

1. П е т р о в Н. Эксплоатационна надеждност на рисковите технически системи. Издателска къща "Учков", България, ISBN 954-9978-26-5, 2002.
2. Т о m a s L. Quality assurance. New York, 1988.
3. Г у р е в и ч В., Б. П и ц к е л ь, В. Р а т м и р о в. Информационный критерий выбора числа точек контроля изделий. Журнал "Измерительная техника", 1978, №4.
4. К о р о т к о в В., Б. Т а й ц. Основы метрологии и теории точности измерительных устройств. Изд. "Стандартов", Москва, 1988.
5. V e n d a t J., A. P i r s o l. Measurement and Analysis of Random Process. London, 1984.
6. V o l k o n s k i V. Limit Theorems for Stochastic Functions. Theory Probability and his Using. Vol. V, 1981.
7. Статистически анализ на експлоатационната надеждност на самолет Миг – 29. Главен щаб на ВВС. Република България. "За служебно ползуване", 2000.
8. О с о в с к и й С. Нейронные сети для обработки информации. Москва, Изд. "Финансы и статистика", 2004.
9. V e r b r u g g e n H. B., R. V a b u s k a. Constructing fuzzy models by product space clustering; In: Fuzzy model identification; Eds. H. Helendorn, D. Driankov, Berlin: Springer; 1998; p.p. 53-90.
10. J a n g J. S., C. T. S u n, E. M i z u t a n i. Neuro-Fuzzy and soft computing. N.Y., Prentice Hall, 1997.